9 Cynrychioli setiau data

Gall data a gasglwyd yn ystod gweithgareddau rhifedd yn cael eu cynrychioli yn aml mewn amrywiaeth o ffyrdd: fel tablau o werthoedd rhifiadol, fel graffiau, mapiau neu luniadau wrth raddfa. Mae'n bosibl weithiau i adnabod patrymau mewn casgliadau o ddata.

Mae patrymau yn bwysig, fel y gellir eu defnyddio mewn sefyllfaoedd newydd i wneud rhagfynegiadau ynghylch setiau o ddata. Er enghraifft, yr ydym yn gyfarwydd â'r fformiwla ar gyfer priodweddau o gylchoedd:

$$C = 2\pi r \qquad A = \pi r^2$$

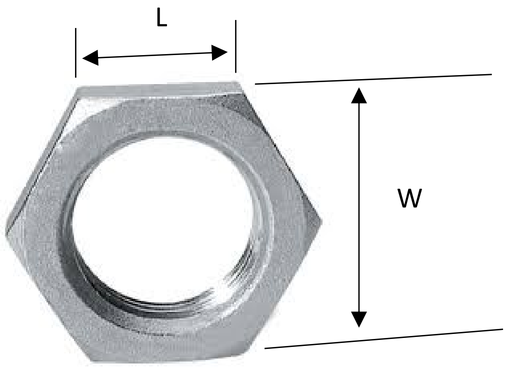
Os bydd y radiws **r** o unrhyw gylch yn hysbys, yna gall y cylchedd **C** neu'r arwynebedd **A** yn cael ei gyfrifo yn hawdd.

Fformiwla gyfarwydd arall yw Law Ohm, yn ymwneud â'r cerrynt **I**, foltedd **V** a gwrthiant **R** mewn cylched trydanol. Gall hyn yn cael ei hysgrifennu mewn tair ffurf gyfatebol:

$$V = IR \qquad I = \frac{V}{R} \qquad R = \frac{V}{I}$$

Os bydd unrhyw ddau o'r symiau **cerrynt**, **foltedd** neu **wrthiant** yn hysbys, yna gall y trydydd yn cael ei gyfrifo.

Weithiau mae'n gyfleus i gynhyrchu mynegiadau algebraidd i gynrychioli patrymau mewn data fel ffordd o arbed amser gyda chyfrifiadau yn y dyfodol. Er enghraifft, efallai bod myfyrwyr peirianneg yn defnyddio trigonometreg i ddyfeisio fformiwla sy'n cysylltu ochr **L** o follt hecsagon neu nyten gyda lled ar draws y fflatiau **W**. Os yw un o'r symiau hyn yn hysbys, gall y llall, yna yn cael ei gyfrifo yn gyflym.



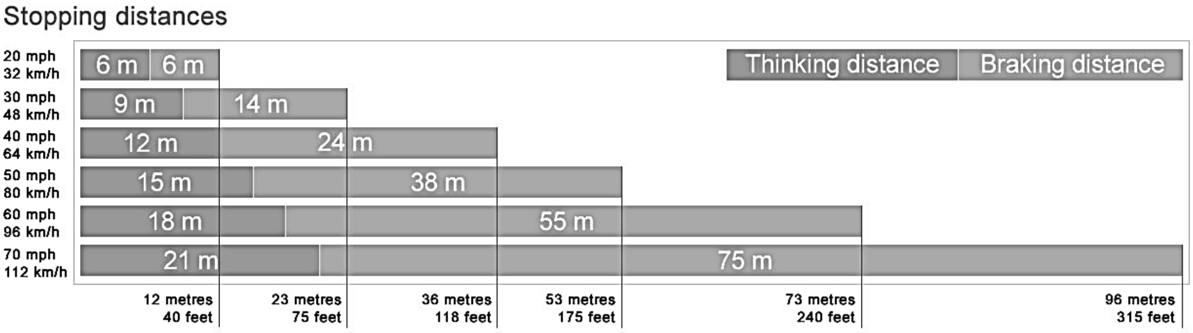
Ffigur 236: Dimensiynau nyten hecsagon

Mae sgil ddefnyddiol mewn rhifedd yw'r gallu i symud yn hawdd rhwng cynrychioliad rhifol, algebraidd a geometrig o gasgliadau penodol o ddata. Gall y patrymau yn y data yn cael eu nodi gan blotio graffiau, ac yna gall fod yn bosibl i gynrychioli'r patrymau fel mynegiadau algebraidd ar gyfer eu defnyddio wrth ddatrys problemau tebyg.

Fel enghraifft gyntaf o ddadansoddi setiau o ddata, byddwn yn edrych ar y ffactorau sy'n effeithio ar bellter stopio car. Gall hyn fod yn ffordd bwysig o gynyddu ymwybyddiaeth o ddiogelwch i yrwyr ifanc.

Pellteroedd stopio

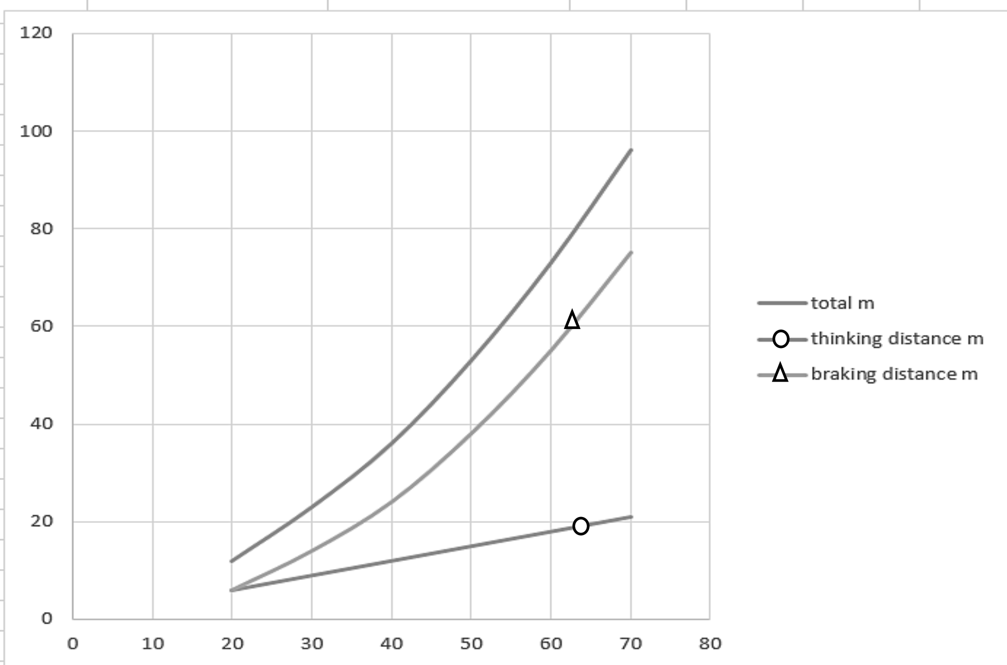
Mae'r pellter brecio ar gyfer cerbyd yn dibynnu ar ddwy set o ffactorau: y rhai sy'n effeithio ar yr amser ymateb y gyrrwr, a'r rhai sy'n effeithio ar y gyfradd arafiad ar gyfer y cerbyd pan fydd y breciau yn cael eu cymhwyso. Mae set nodweddiadol o bellteroedd stopio yn cael eu cynnwys yn Rheolau'r Ffordd Fawr:



Ffigur 237: Pellteroedd stopio ar gyfer ceir sy'n teithio ar wahanol gyflymderau

Gallwn gofnodi ffigurau hyn mewn taenlen a phlotio graffiau o'r data:

	A	B	C	D	E	F	G
1	speed mph	thinking distance m	braking distance m	total m		T/S	B/(S*S)
2	20	6	6	12		0.3	0.0150
3	30	9	14	23		0.3	0.0156
4	40	12	24	36		0.3	0.0150
5	50	15	38	53		0.3	0.0152
6	60	18	55	73		0.3	0.0153
7	70	21	75	96		0.3	0.0153



Ffigur 238: Pellteroedd meddwl a brecio am wahanol gyflymderau

Colofnau wedi cael eu hychwanegu at y daenlen yn ffigur 238 i archwilio'r berthynas rhwng cyflymder a phellter meddwl, a'r berthynas rhwng cyflymder a phellter brecio. Fe'i ceir, fewn chywirdeb rhesymol, bod dwy gymareb gyson yn bodoli:

$$\frac{pellter\ meddwl: m}{cyflymder: mph} = 0.3$$

$$\frac{pellter\ brecio: m}{(cyflymder: mph)^2} = 0.015$$

Gallwn gyfuno canlyniadau hyn i gynhyrchu fformiwla gyffredinol ar gyfer cyfanswm pellter stopio:

$$pellter\ cyfan: m = (0.3 \times cyflymder: mph) + (0.015 \times cyflymder: mph^2)$$

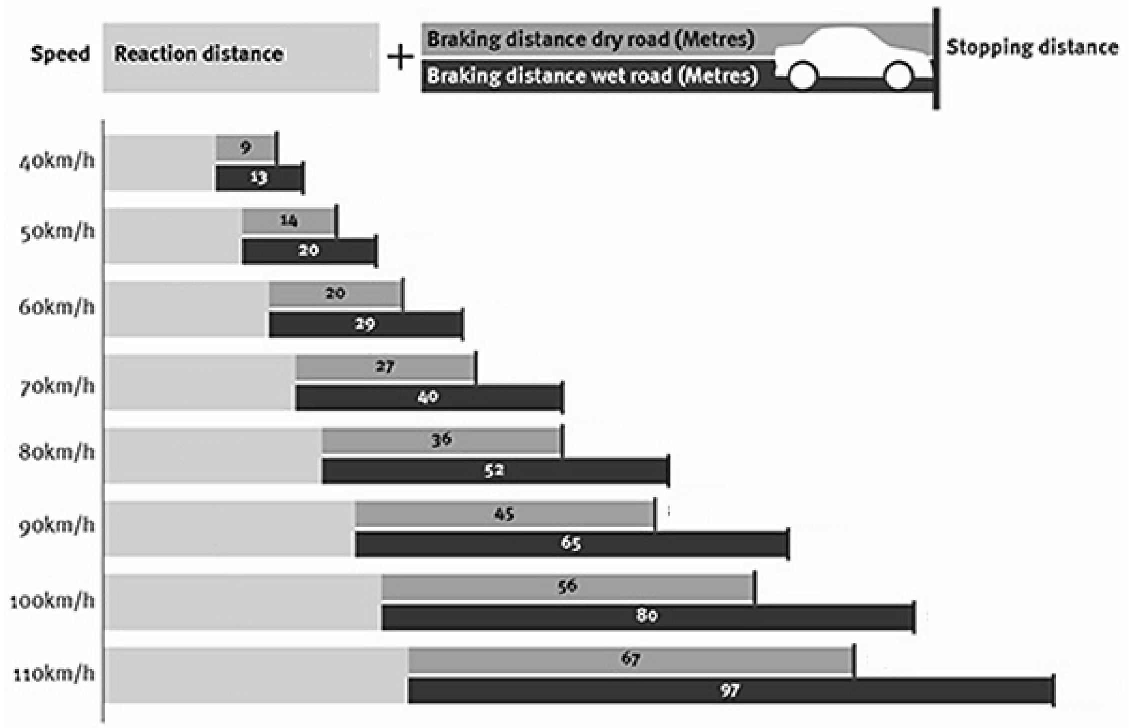
Efallai y byddwn yn nodi bod pellter meddwl wedi'i seilio ar ddigwyddiad annisgwyl sydyn yn digwydd, ac mae'n cynrychioli'r oedi wrth i'r gyrrwr yn dod yn ymwybodol o'r sefyllfa ac yn dechrau i wneud cais breciau. Os yw'r gyrrwr eisoes yn rhagweld gweithredoedd defnyddwyr eraill y ffordd ac yn gallu adnabod sefyllfaoedd a allai fod yn beryglus sy'n datblygu, bydd yr amser meddwl ei leihau neu ddileu yn gyfan gwbl. Mae hyn yn sylweddol yn gwella lwfans diogelwch.

Ffigur 239: Perygl ffordd posibl yn datblygu

Yn yr enghraifft hon, byddai gyrrwr gwyliadwrus yn rhagweld y bydd y beiciwr yn symud allan i'r lôn y car i osgoi cerbydau sydd wedi'u parcio ar blaen. Efallai na fydd y beiciwr yn ymwybodol o geir yn ei ddilyn, ac efallai ddim yn rhoi unrhyw arwydd cyn troi i mewn i'r traffig.

Mae'r pellteroedd stopio a roddir yn ffigwr 237 yn gyfartaledd cyffredinol o dan amodau gyrru arferol, ac yn gallu newid o ganlyniad i amrywiaeth o ffactorau megis tywydd, cyflwr teiars y car, a lefel crynodiad y gyrrwr. Byddwn yn ymchwilio'r ffactorau hyn ymhellach.

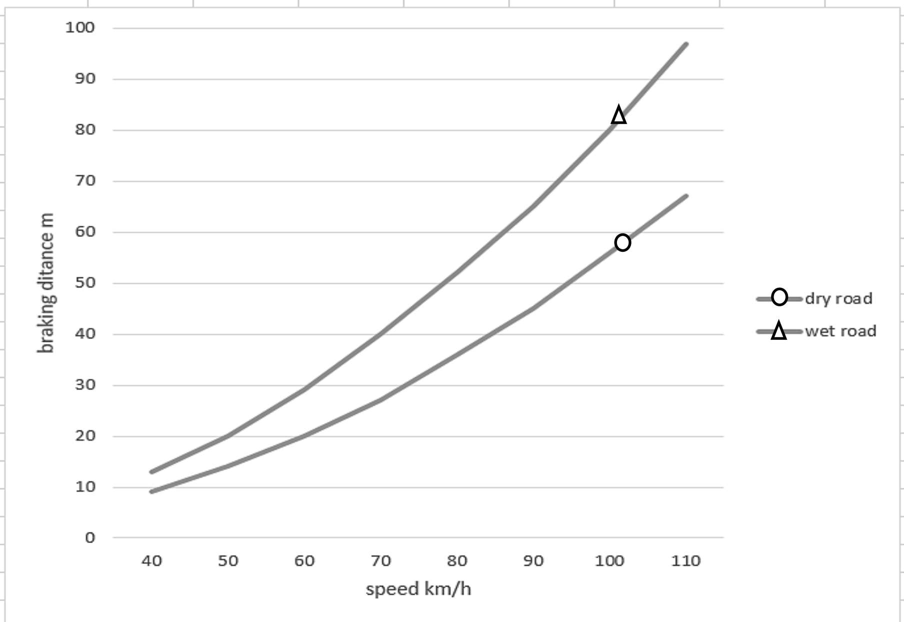
Mae ffigur 240 yn darparu data mwy manwl ar bellteroedd brecio o wahanol gyflymder ar gyfer y ddau gyflwr y ffyrdd: sych a gwlyb. Fel y gallem ddisgwyl, bydd pellter stopio yn fwy ar ffordd wlyb.



Ffigur 240: Effaith cyflyrau tywydd ar bellteroedd brecio

Mae'r ffigurau yn ffigwr 240 wedi cael eu cofnodi ar daenlen a'u blotio fel graff.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	km/h	mph	dry road	wet road		D/(S*S)	W/(S*S)		
2	40	25	9	13		0.0144	0.0208		
3	50	31	14	20		0.0143	0.0205		
4	60	38	20	29		0.0142	0.0206		
5	70	44	27	40		0.0141	0.0209		
6	80	50	36	52		0.0144	0.0208		
7	90	56	45	65		0.0142	0.0205		
8	100	63	56	80		0.0143	0.0205		
9	110	69	67	97		0.0142	0.0205		



Ffigur 241: Pellteroedd brecio o gyflymder gwahanol ar gyfer cyflwr y ffyrdd sych a gwlyb

Mae colofnau wedi cael eu hychwanegu at y daenlen eto i archwilio'r berthynas rhwng cyflymder a phellter brecio ar gyfer ddau gyflwr y ffyrdd sych a gwlyb. Cyflymder eu trosi o km/awr i filltir/awr, er mwyn caniatáu cymhariaeth uniongyrchol gyda'n fformiwlâu cynharach. Fe'i ceir, o fewn chywirdeb rhesymol, bod dwy gymhareb yn bodoli:

$$ffordd\ sych: \qquad \frac{pellter\ brecio: m}{(cyflymder: mph)^2} = 0.0143$$

$$ffordd\ wlyb: \qquad \frac{pellter\ brecio: m}{(cyflymder: mph)^2} = 0.0206$$

Mae hyn yn arwain at ddau hafaliad amgen ar gyfer cyfanswm pellter stopio:

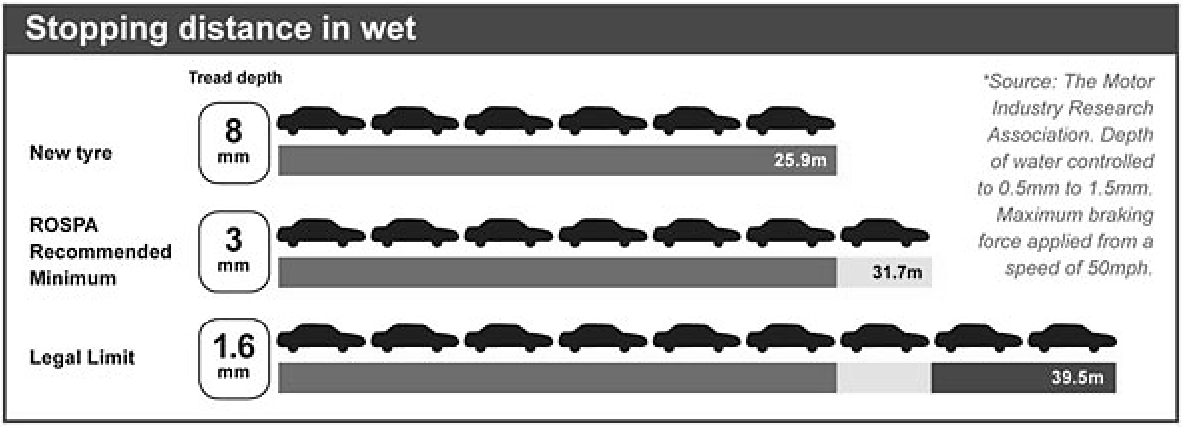
Amodau sych:

$$cyfanswm\ pellter = (0.3 \times cyflymder) + (0.0143 \times cyflymder^2)$$

Amodau gwlyb:

$$cyfanswm\ pellter = (0.3 \times cyflymder) + (0.0206 \times cyflymder^2)$$

Y ffactor nesaf efallai y byddwn yn ystyried yw cyflwr teiars y car. Mae gennym un set o ddata o brofion a gynhaliwyd yn 50mya:



Ffigur 242: Pellter brecio ar 50mya, mewn perthynas â thrwch gwadn y teiars

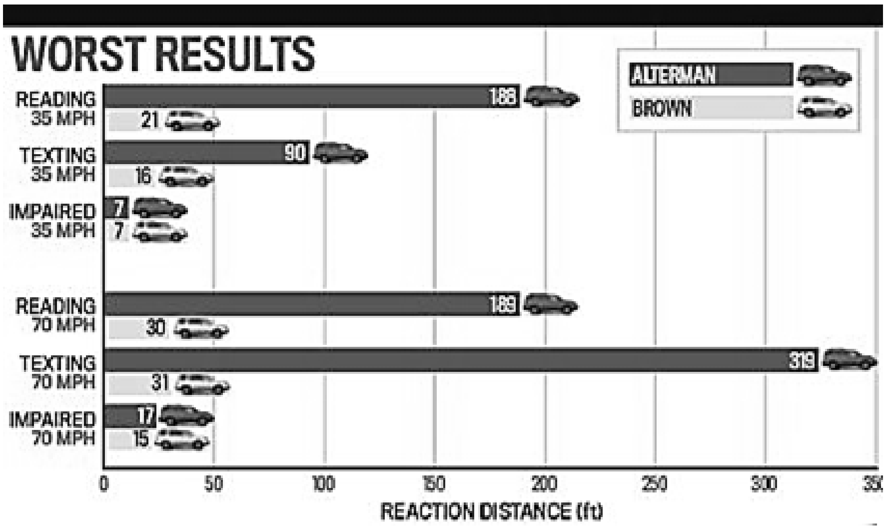
Gadewch i ni dybio bod y rhan fwyaf o geir yn cael teiars gydag oddeutu isafswm gwadn dyfnder 3mm a argymhellir. Yn ôl y profion yn ffigur 242, byddai'r pellter brecio yn cynyddu o 31.7m at 39.5m os yw teiars y car yn cael eu gwisgo at y terfyn cyfreithiol. Mae hyn yn cynrychioli cynnydd mewn pellter brecio o:

$$\frac{(39.5 - 31.7)}{31.7} \times 100\% = 25\%$$

Gallai tybio yn rhesymol y byddai cynnydd o 25% yn y pellter brecio hefyd yn berthnasol ar gyflymder eraill. Nid ydym yn gwybod cyflwr y ffordd ar gyfer y profion, ond dybio bod car gyda theiars wedi treulio yn drwm ddylai brêcio ar ffordd wlyb:

$$cyfanswm\ pellter: m = (0.3 \times cyflymder: mph) + (0.0206 \times cyflymder: mph^2 \times 1.25)$$

Byddwn nawr yn troi ein sylw at amser ymateb y gyrrwr. Mae prosiect ymchwil bach wedi cael ei wneud i ymchwilio i effeithiau cymharol o yfed alcohol hyd at y terfyn cyfreithiol, darllen ac anfon negeseuon testun wrth yrru. Dengys Ffigur 243 y cynnydd mewn pellteroedd stopio am ddau yrrwr gwahanol.



Ffigur 243: Cynnydd ym mhellteroedd stopio ar gyfer dau yrrwr pan gwrthdynnu sylw drwy ddarllen neu anfon negeseuon testun, neu ar ôl yfed alcohol hyd at y terfyn cyfreithiol

Mae'n amlwg bod darllen neu anfon negeseuon testun wrth yrru yn cael effaith llawer mwy difrifol ar amser ymateb nac yfed swm cymedrol o alcohol. Mae'r canlyniadau yn dangos amrywiadau mawr rhwng y ddau yrrwr, efallai yn dibynnu ar eu galluoedd gwahanol i ganolbwyntio ar dasgau lluosog ar yr un pryd.

I gael data y gellir eu defnyddio, mae'r pellteroedd meddwl wedi eu trosi o draed i fetr, ac yna ar gyfartaledd rhwng y ddau yrrwr i gael gwerthoedd ar gyfer y cynnydd mewn ymateb am y ffactorau gwrthdynnu sylw.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			ft			m			mean m	
2		Drink	Reading	Texting	Drink	Reading	Texting	Drink	Reading	Texting
3	35 mph									
4	A	7	188	90	2.1336	57.3024	27.432	2.1336	31.8516	16.1544
5	B	7	21	16	2.1336	6.4008	4.8768			
6										
7	70 mph									
8	A	17	189	319	5.1816	57.6072	97.2312	4.8768	33.3756	53.34
9	B	15	30	31	4.572	9.144	9.4488			
10										
11										
12			increased distance m per 10mph					0.653143	6.9342	6.117771
13										
14										

Ffigur 244: Amcangyfrifon o gynnydd pellter meddwl i yrwyr pan gwrthdynnu sylw drwy ddarllen neu anfon negeseuon testun, neu ar ôl yfed alcohol hyd at y terfyn cyfreithiol

Er bod y canlyniadau hyn yn rhai bras iawn a dylid eu trin gyda gofal, mae gennym ryw syniad o effeithiau cymharol ar yrwyr.

Mae'r canlyniadau hyn yn rhoi fformiwlâu pellach ar gyfer cyfanswm pellter stopio:

Am yrrwr wrth y terfyn alcohol cyfreithiol:

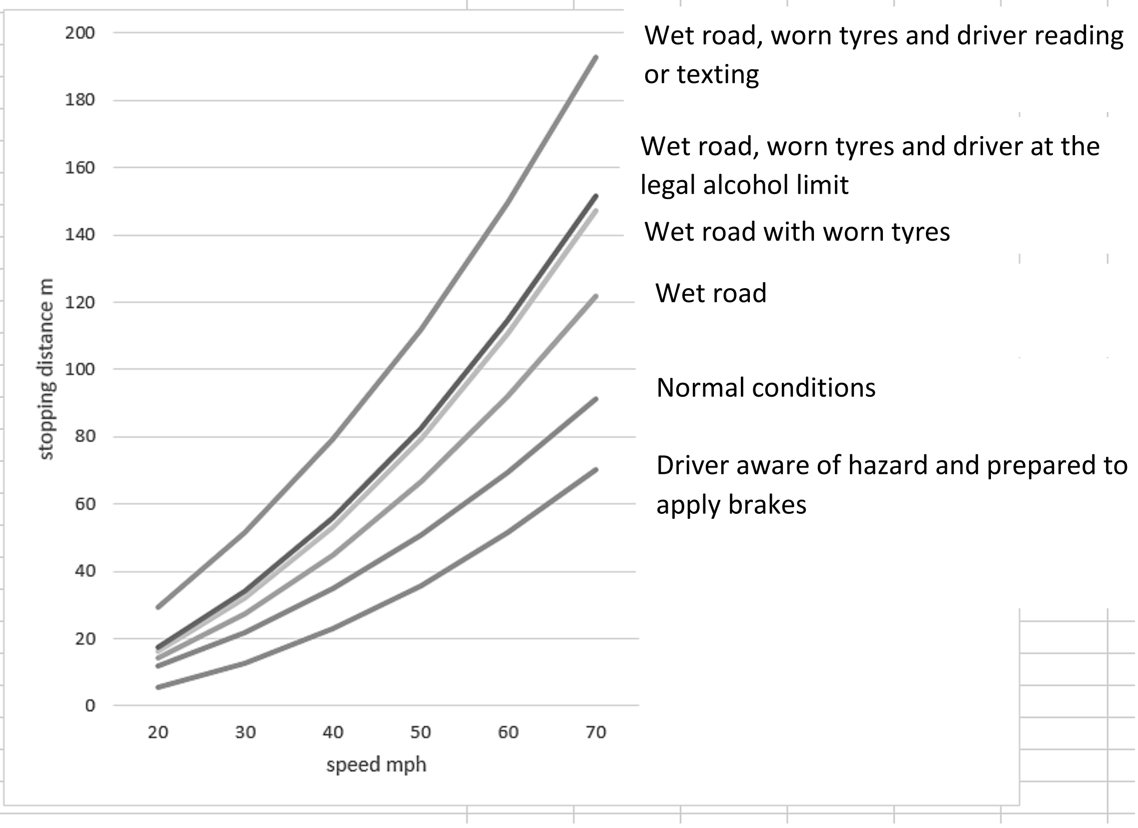
$$cyfanswm\, pellter = ((0.3 + 0.065) \times cyflymder) + (0.0143 \times cyflymder^2)$$

Am yrrwr gwrthdynnu sylw drwy ddarllen neu anfon negeseuon testun:

$$cyfanswm\, pellter = ((0.3 + 0.65) \times cyflymder) + (0.0143 \times cyflymder^2)$$

Gall y canlyniadau a gasglwyd gennym nawr yn cael eu plotio mewn taenlen i gymharu pellteroedd stopio o dan sefyllfaoedd gwahanol a allai effeithio ar y gyrrwr a'r cerbyd:

	A	B	C	D	E	F	G
1		20	30	40	50	60	70
2	Aware of danger	5.72	12.87	22.88	35.75	51.48	70.07
3	Normal conditions	11.72	21.87	34.88	50.75	69.48	91.07
4	Wet road	14.24	27.54	44.96	66.5	92.16	121.94
5	Wet road with worn tyres	16.3	32.175	53.2	79.375	110.7	147.175
6	Wet road, worn tyres and at legal alcohol limit	17.6	34.125	55.8	82.625	114.6	151.725
7	Wet road, worn tyres and reading or texting	29.3	51.675	79.2	111.875	149.7	192.675



Ffigur 245: Pellteroedd stopio dan amodau gwahanol a allai effeithio ar yrrwr a cherbyd

Mae'n glir bod pellteroedd stopio yn cynyddu yn pan fydd y gyrrwr ddim yn canolbwyntio ar y ffordd, neu pan fydd cyflwr y ffordd a theiars yn wael. I weld sut y gallai hyn o bwys, byddwn yn edrych ar enghraifft:

Mae ffigur 246 yn dangos rhan o'r ffordd ym Mangor, Gogledd Cymru. Mae cyfres o fesuriadau o bellter wedi cael eu hychwanegu.

Ffigur 246: Ffordd Deiniol, Bangor

Os bydd y car o flaen yn brecio yn sydyn iawn mewn argyfwng, yna bydd angen tua 20 metr o bellter stopio i osgoi gwrthdrawiad. Gan gyfeirio at y graff yn ffigur 245:

> Byddai gyrrwr yn gallu stopio'n ddiogel o gyflymder o 20 milltir yr awr, ac eithrio mewn sefyllfa lle cawsant eu gwrthdynnu gan ddarllen neu anfon negeseuon testun!
>
> Ar 30 m.y.a. gallai'r gyrrwr o bosibl stopio mewn pryd os yw'r argyfwng yn gwbl annisgwyl. Fodd bynnag, mae'n debyg y byddent yn stopio yn ddiogel os yn ymwybodol o gyflwr y traffig a rhagweld perygl posibl o'n blaenau.
>
> Ar gyflymder uwch na 30 milltir yr awr, yn enwedig mewn cyflwr y ffyrdd gwlyb neu gyda theiars treuliedig, mae'n annhebygol y byddai'r gyrrwr yn osgoi gwrthdrawiad.

Mae'r gwersi o'r gwaith hwn yn glir: Dylai gyrwyr osgoi pethau sy'n gwrthdynnu, ac yn cynnal cyflymder cywir yn unol â chyflwr y traffig a'r tywydd. Cadwch bellter gwahanu diogel oddi wrth y cerbyd o'ch blaen, ac yn ceisio rhagweld peryglon ffyrdd sy'n cael eu datblygu.

Llif afon

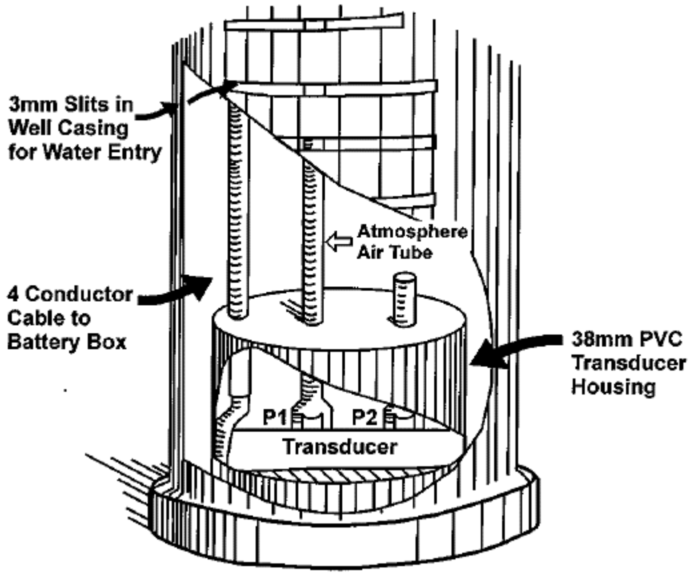
Mae'r enghraifft nesaf o ddarganfod patrwm mewn set o ddata yn archwilio lefelau llifogydd afon ar gyfer y dref Dolgellau yng Ngogledd Cymru. Mae Dolgellau wedi cael profiad o lifogydd yn hanesyddol gan yr Afon Wnion, gyda'r llifogydd difrifol fwyaf diweddar yng nghanol y dref wedi digwydd yn y 1960au (ffigur 247).

Ffigur 247:

Llifogydd yn Stryd y Bont, Dolgellau

Mae myfyrwyr wedi cynnal prosiect i ymchwilio a allai'r lefel llifogydd yn y dref yn cael ei ragweld drwy fonitro lefel y dŵr i fyny'r afon yn flaenddyfroedd Afon Wnion.

Roedd cam cyntaf i adeiladu offer ar gyfer monitro lefel y dŵr yn electronig. Yn dilyn dyluniadau o Keeland, Dowd a Hardegree (1997), fe gafodd recordyddion dyfnder dŵr baromedrig eu casglu. Mae'r rhain yn gwneud defnydd o drawsddygiaduron pwysau sy'n cael eu gorchuddio mewn tiwbiau plastig ac ynghlwm wrth wely'r afon.



Ffigur 248: Cydosodiad trawsddygiadur pwysau ar gyfer monitro dyfnder dŵr (Keeland et al., 1997)

Mae'r trawsddygiadur pwysau yn cynnwys plât piezo-drydanol sy'n newid ei wrthiant pan gaiff ei phlygu. Mae un ochr y plât yn agored i dŵr ar wely'r afon, tra bod y llall yn cael ei gysylltu â thiwb plastig yn rhedeg i fyny at lan yr afon lle mae'n agored i bwysedd aer atmosfferig. Gan fod y dyfnder dŵr yn yr afon yn newid, y pwysau gwahaniaethol ar draws y plât yn newid. Mae'r gwrthiant piezo-drydanol yn cael ei ymgorffori i mewn i gylched electronig fel bod newidiadau mewn pwysedd yn cynhyrchu foltedd allbwn amrywiol.

Mae'r cylched electronig a chyflenwad pŵer yn cael eu cadw mewn cynhwysydd metel y gellir ei sicrhau ar lan yr afon. Mae cofnodydd data electronig yn cofnodi'r foltedd allbwn ar gyfnodau penodol o 5 munud. Yna gallai'r data gael ei llwytho i lawr i gyfrifiadur pen-glin a'u phrosesu gan daenlen.

Ffigur 249: Cylchedwaith electronig, cyflenwad pŵer a chofnodydd data ar gyfer y recordydd dyfnder dŵr.

Ar ôl lwytho'r data i lawr, mae folteddau a gofnodwyd yn cael eu trosi i ddyfnderoedd dŵr mewn metrau. Mae foltedd yn gysylltiedig yn llinol â dyfnder y dŵr, felly gall fformiwla syml yn cael eu defnyddio:

$$dyfnder\ d\hat{w}r: m = A + (B \times foltedd)$$

lle mae A a B yn ddau gysonyn sy'n cael eu penderfynu yn arbrofol yn ystod calibro'r offer.

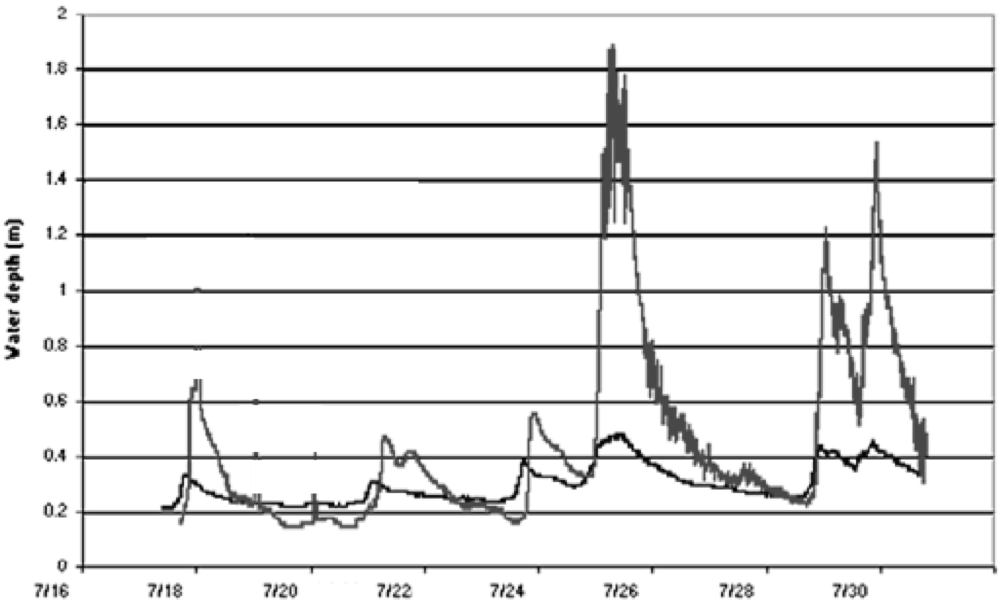
Mae dyfnder yr afon wedi cael ei fonitro dros nifer o fisoedd ym mlaenddwr yr Afon Wnion ger Pared yr Ychain (ffigur 250) ac yn dref Dolgellau (ffigur 251). Mae canlyniadau nodweddiadol i'w gweld yn ffigur 252, lle mae llinellau graff ar wahân yn cynrychioli'r hydrograffau i fyny ac i lawr yr afon. Mae dyfnderoedd dŵr yn llawer mwy yn Nolgellau nag yn y ffrwd mlaenddyfroedd, ond mae'r llinellau graff yn ymddangos dilyniant tebyg o uchafbwyntiau ac isafbwyntiau.

Ffigur 250:

Blaenddwr ger Pared yr Ychain

Ffigur 251:

Afon Wnion yn Nolgellau dan amodau llifogydd

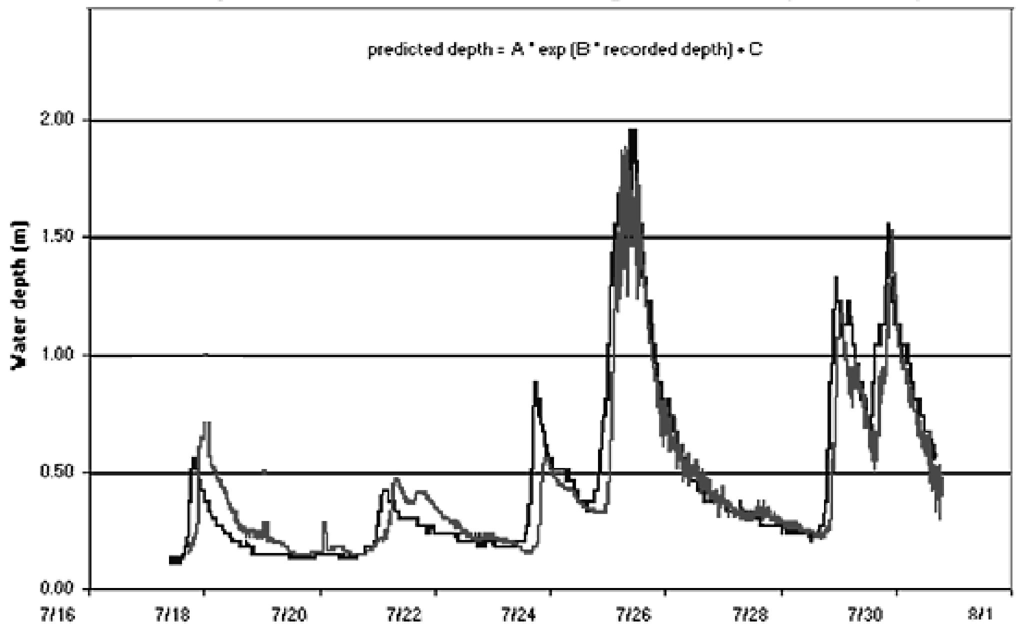


Ffigur 252: Hydrograffau am yr Afon Wnion ger Pared yr Ychain ac yn Nolgellau

Mae arbrofion gyda'r daenlen arwain at ddarganfod y gallai'r llinell hydrograff i fyny'r afon yn cael ei drawsnewid i ffitio'r hydrograff i lawr yr afon yn agos gan ddefnyddio ffwythiant:

$$D = Ae^{dB} + C$$

lle mae **D** y dyfnder monitro i lawr yr afon a **d** yw dyfnder afon yn y blaenddyfroedd.



Ffigur 253: Hydrograff ym mlaenddwr wedi ei thrawsnewid i ffitio'r hydrograff i lawr yr afon

Cafodd y paramedrau hafaliad eu darganfod yn empirig fel:

A = 0.05, B = 8.2, C = -0.15

Mae arwyddocâd y gwaith hwn yw bod y hydrograff trawsnewid o fyny'r afon yn 3 awr o flaen y hydrograff i lawr yr afon, gan ddarparu rhagfynegiad cywir iawn o lefelau llifogydd i'w ddisgwyl 3 awr yn ddiweddarach yn y dref.

Gallai'r system rhagfynegi llifogydd hon yn cael ei awtomeiddio, gyda gwerthoedd dyfnder i fyny'r afon drosglwyddo mewn amser real trwy gyswllt ffôn symudol i gyfrifiadur brosesu.

Yn yr adran nesaf, byddwn yn edrych ar faes astudio arall, Iechyd a Gofal Cymdeithasol, lle mae patrymau mewn data yn dod yn fwyfwy pwysig ar gyfer gwneud penderfyniadau gyda chleifion. Byddwn yn archwilio cyfrifiadau o baramedrau corff dynol:

- Màs y corff, a chanran braster y corff. Gall y gwerthoedd hyn yn cael eu defnyddio i nodi gordewdra a diffyg maeth.
- Arwynebedd y corff, a chyfaint gwaed. Gall y gwerthoedd hyn eu defnyddio i bennu dos cyffuriau.

Paramedrau corff dynol

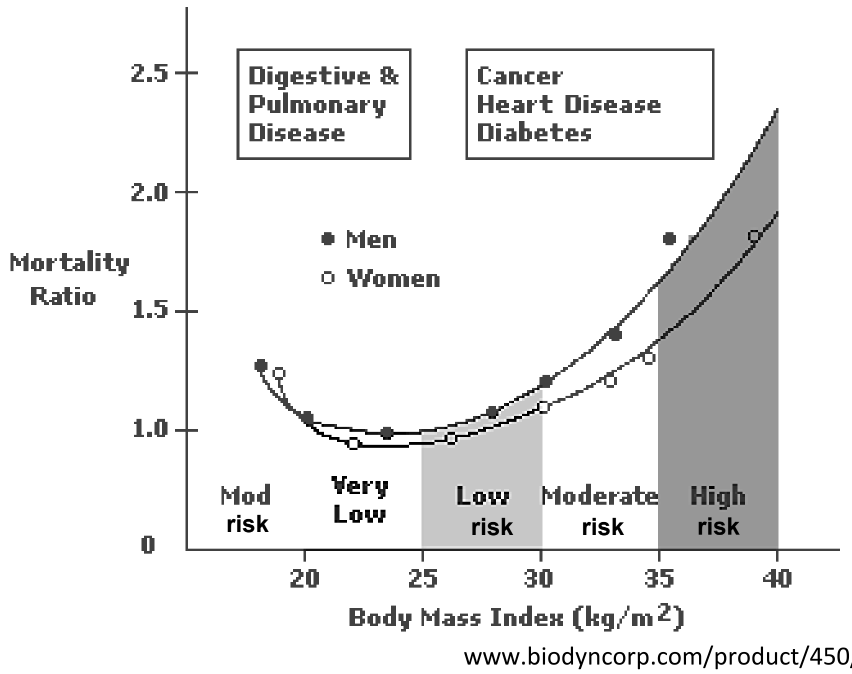
Indecs Màs y Corff (Body Mass Index BMI)

Mae Indecs Màs y Corff yn fesur o bwysau'r corff yn cymharu ag uchder, ac yn nodi a yw person yn rhy ysgafn, dros bwysau neu'n yn yr ystod o bwysau iach.

Cyfrifir Indecs Màs y Corff gan ddefnyddio'r fformiwla:

$$BMI = \frac{pwysau\ corff: kg}{(taldra: m)^2}$$

Mae Indecs Màs y Corff yn amcangyfrif o fraster y corff ac yn rhoi canllaw i'r ffactor risg ar gyfer clefydau sy'n gysylltiedig â braster corff gormodol. Gall BMI uwch yn dynodi risg uwch o glefyd y galon, pwysedd gwaed uchel, diabetes math 2, cerrig bustl, problemau anadlu, a rhai mathau o ganser. Mae lefelau cymharol o risg wedi cael eu hasesu trwy gyfrifo cymharebau o farwolaeth ar gyfer grwpiau o unigolion a ddewiswyd ar hap o fewn amrediadau penodol o Indecs Màs y Corff. Mae cymhareb o farwolaeth yn cynrychioli'r gymhareb o farwolaethau a welwyd ym mhob grŵp astudio i farwolaethau disgwyliedig yn y boblogaeth gyffredinol.



www.biodyncorp.com/product/450/bmi_450.html

Ffigur 254: Cymhareb o farwolaethau sy'n gysylltiedig â gwahanol ystodau o Indecs Màs y Corff

Ar sail y gwaith hwn, dosbarthiad o werthoedd Indecs Màs y Corff sy'n cael ei dderbyn yn gyffredin yw:

Pwysau isel	O dan 18.5
Normal	18.5–24.9
Rhy drwm	25.0–29.9
Gordewdra	30.0 ac uwchben

Er y gall mesuriadau Indecs Màs y Corff yn cael eu cymhwyso at y rhan fwyaf o ddynion a menywod, oes gan y dull rhai cyfyngiadau ar gyfer penderfynu pwysau iach. Mae'r BMI ystodau safonol fod yn anaddas yn yr achosion canlynol:

- Athletwyr cystadleuol a phobl sy'n adeiladu corff, oherwydd gall pwysau cyhyrau trymach effeithio ar y canlyniadau.
- Menywod beichiog neu nyrsio, oherwydd eu bod angen mwy o fraster wrth gefn nag arfer.
- Pobl dros 65 oed, gan fod gwerthoedd BMI mor uchel â 29 efallai na fydd afiach yn yr oedran hwn.

Gellir mesur cylchedd gwasg yn helpu gyda sgrinio ar gyfer risgiau iechyd posibl sy'n gysylltiedig â gormod o bwysau a gordewdra. Os yw'r rhan fwyaf o fraster o gwmpas y canol yn hytrach nag ar y cluniau, mae risg uwch ar gyfer clefyd y galon a diabetes math 2. Mae'r risg yn cynyddu gyda maint gwast yn fwy na 35 modfedd ar gyfer merched neu yn fwy na 40 modfedd ar gyfer dynion. I fesur y wast yn gywir, dylai tâp mesur yn cael ei osod o amgylch eich canol, ychydig uwchben yr esgyrn cluniau. Mae'r mesuriad yn cael ei wneud ar ôl anadlu allan.

Classification of Overweight and Obesity by BMI, Waist Circumference, and Associated Disease Risks

			Disease Risk Relative to Normal Weight and Waist Circumference	
	BMI (kg/m^2)	Obesity Class	Men 102 cm (40 in) or less Women 88 cm (35 in) or less	Men > 102 cm (40 in) Women > 88 cm (35 in)
Underweight	< 18.5		-	-
Normal	18.5–24.9		-	-
Overweight	25.0–29.9		Increased	High
Obesity	30.0–34.9	I	High	Very High
	35.0–39.9	II	Very High	Very High
Extreme Obesity	40.0 +	III	Extremely High	Extremely High

www.nhlbi.nih.gov/health/educational/lose_wt/BMI/bmi_dis.htm

Ffigur 255: Cyfuno BMI a mesuriadau gwast i werthuso risg o ordewdra

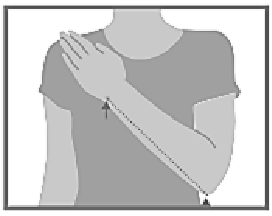
Byddai colli pwysau yn cael ei argymell ar gyfer pobl sydd â BMI fwy neu'n hafal i 30, neu'r rhai sydd â BMI o 25 i 29.9 a ffactor risg uwch o ganlyniad i fraster o amgylch y canol. Gall hyd yn oed golli ychydig o bwysau, rhwng 5 a 10 y cant o'r pwysau presennol, yn helpu i leihau'r risg o ddatblygu clefydau sy'n gysylltiedig â gordewdra. Yn achos pobl sydd dros bwysau, ond nid oes ganddynt fesuriadau gwast uchel, efallai bydd ddim ond angen i osgoi magu pwysau pellach, yn hytrach na cholli pwysau.

Weithiau, nid yw'n bosibl i wneud mesuriadau uniongyrchol o daldra a phwysau person, er enghraifft: os yw claf yn gaeth i'r gwely ac nid yw'n ddymunol iddynt sefyll yn syth i ddefnyddio graddfa pwyso. Yn yr achosion hyn, gall amcangyfrifon yn cael eu gwneud o baramedrau gorff arall.

- Tablau ar gael ar gyfer amcangyfrif taldra o fesur o asgwrn ulna yn y fraich (ffigur 256).
- Gall Indecs Màs y Corff yn cael ei amcangyfrif trwy fesur y cylchedd y fraich uchaf, mewn pwynt hanner ffordd rhwng yr ysgwydd a'r penelin. Dylai'r tâp mesur yn glyd ond nid yn dynn.

- Os yw cylchedd canol y fraich uchaf yn llai na 23.5cm, mae'r BMI yn debygol o fod yn llai na 20 kg/m^2.
- Os yw cylchedd canol y fraich uchaf yn fwy na 32.0cm, mae'r BMI yn debygol o fod yn fwy na 30 kg/m^2.

Estimating height from ulna length



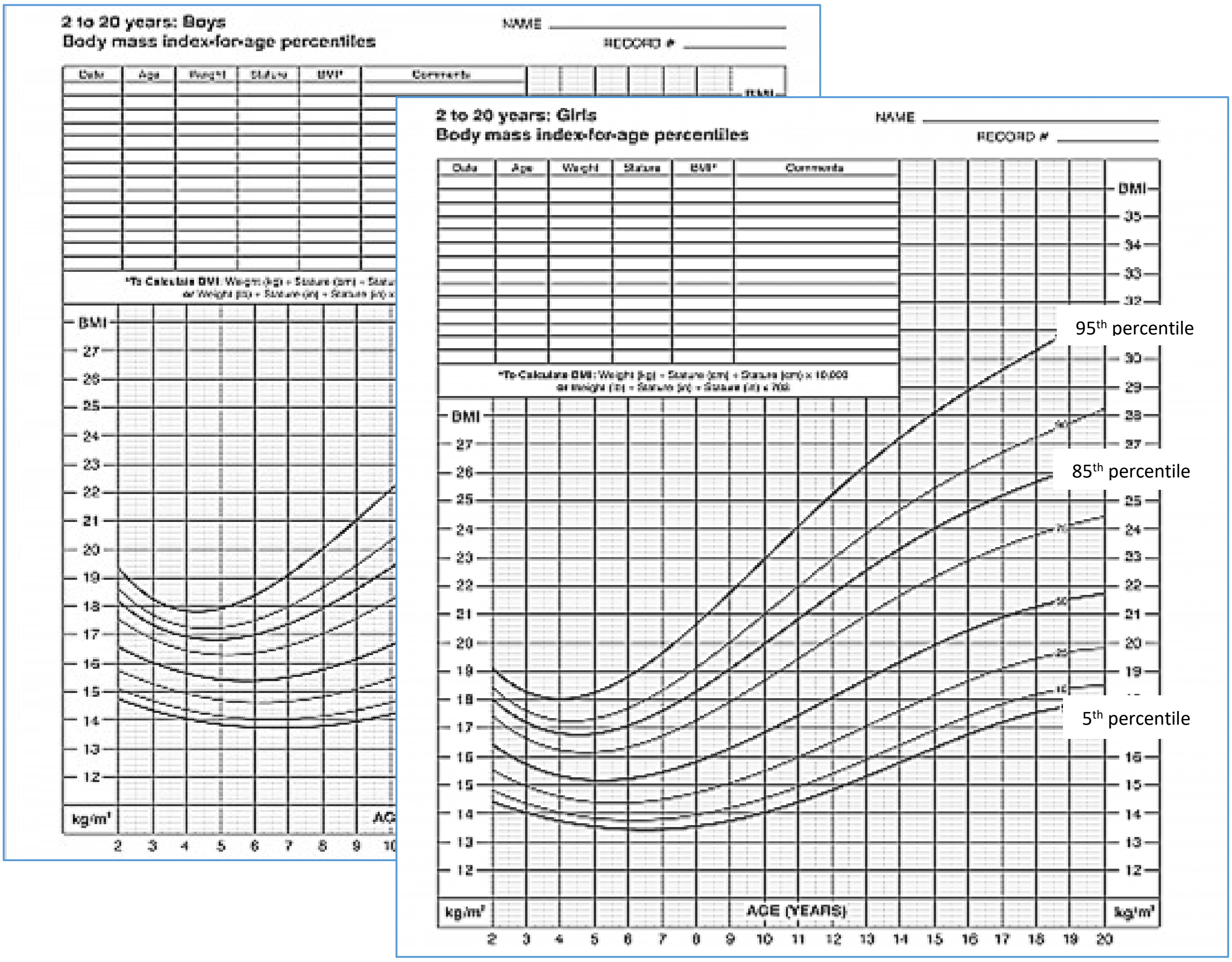
Measure between the point of the elbow (olecranon process) and the midpoint of the prominent bone of the wrist (styloid process) (left side if possible).

Height (m)	men (<65 years)	1.94	1.93	1.91	1.89	1.87	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.73	1.71
	men (≥65 years)	1.87	1.86	1.84	1.82	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.73	1.71	1.70	1.68	1.67
	Ulna length (cm)	32.0	31.5	31.0	30.5	30.0	29.5	29.0	28.5	28.0	27.5	27.0	26.5	26.0	25.5
Height (m)	Women (<65 years)	1.84	1.83	1.81	1.80	1.79	1.77	1.76	1.75	1.73	1.72	1.70	1.69	1.68	1.66
	Women (≥65 years)	1.84	1.83	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.73	1.71	1.70	1.68	1.66	1.65	1.63

www.bapen.org.uk/screening-and-must/must/introducing-must

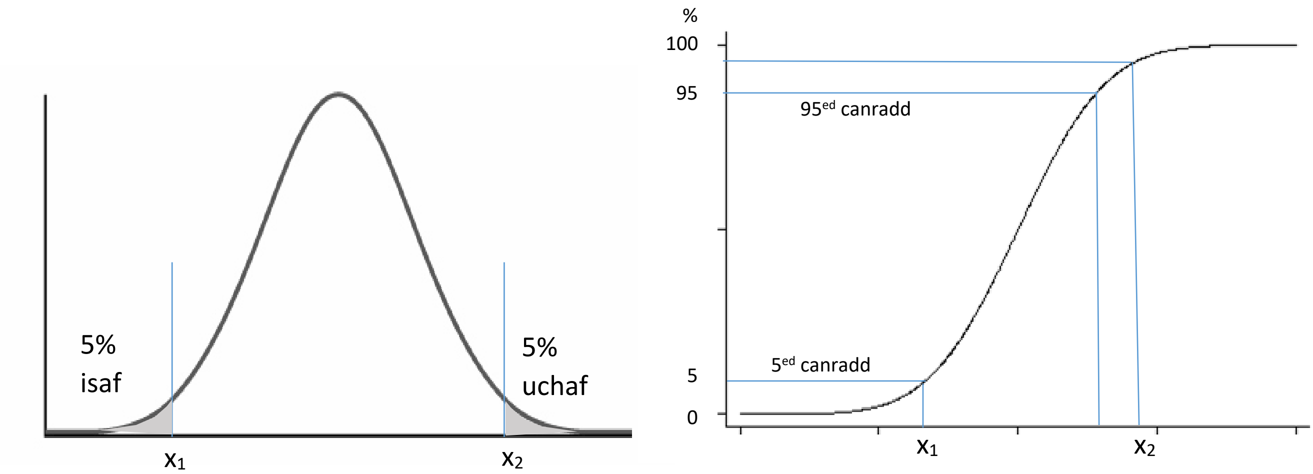
Ffigur 256: Amcangyfrif taldra o fesur o asgwrn ulna yn y fraich

Indecs Màs y Corff ar gyfer plant a phobl ifanc yn cael ei gyfrifo yn yr un ffordd ag ar gyfer oedolion. Fodd bynnag, yna mae angen i gael eu lleoli ar siart oedran penodol gwrywaidd neu fenywaidd i benderfynu a yw'r plentyn o fewn amrediad pwysau iach (ffigur 257).



Ffigur 257: Siartiau oedran Indecs Màs y Corff ar gyfer bechgyn a merched

Mae bechgyn a merched yn datblygu yn wahanol ac yn cael symiau gwahanol o fraster y corff ar oedrannau gwahanol, felly oedran y plentyn yn bwysig wrth ystyried eu Indecs Màs y Corff. Ceir rhagdybiaeth bod plant yn cael amrywiaeth o werthoedd BMI ar unrhyw oed, yn dilyn dosbarthiad normal. Bydd y rhan fwyaf yn agos at y cymedr, gyda niferoedd cymharol fach o blant â gwerthoedd BMI llawer llai neu'n fwy na'r cymedr. Mae 5% o blant gyda BMI isaf yn ffurfio cynffon chwith y dosraniad normal, a 5% o blant gyda BMI uchaf yn ffurfio'r gynffon de. Mae'r canrannau yn gymesur i'r arwynebeddau cysgodol o dan yr histogram dosbarthiad normal.



Ffigur 258: Dosbarthiad normal o werthoedd BMI, a gynrychiolir (chwith) fel histogram a (de) fel cromlin gronnus

Yn aml mae'n gyfleus i blotio dosbarthiad normal fel cromlin gronnus. Mae hyn yn cael siâp-S nodweddiadol. Mae'r gromlin yn codi dim ond yn araf ar y dechrau, gan mai ychydig o blant yn cael eu hychwanegu â gwerthoedd BMI isel. Mae'r gromlin wedyn yn codi'n serth ar gyfer gwerthoedd BMI o amgylch y cymedr oherwyd cymaint o blant gyda darlleniadau cyffredin yn cael eu hychwanegu, yna bydd y gromlin yn codi yn fwy graddol i ychwanegu'r ychydig o blant diwethaf gyda gwerthoedd BMI uchel.

Y pwynt ar y gromlin gronnus lle mae 5% o'r plant wedi cael eu hychwanegu yn galw'r **5^{ed} canradd**. Y pwynt, yn llawer pellach ymlaen, lle mae 95% o'r plant wedi cael eu hychwanegu yw'r **95^{ain} canradd**.

Mae'r siartiau a ddangosir yn ffigur 257 crynhoi'r gwerthoedd canradd a gafwyd o'r data BMI o nifer fawr o blant, gan roi trosolwg o'r dosbarthiadau BMI o fewn poblogaethau bechgyn a merched o wahanol oedrannau. I ddefnyddio'r siart, mae pwynt ei blotio ar gyfer oedran a BMI'r plentyn, yna dehongli fel:

Dan bwysau	Llai na 5^{ed} canradd
Pwysau iach	5^{ed} canradd i lai na'r 85^{fed} canradd
Dros bwysau	85^{fed} canradd i lai na'r 95^{ain} canradd
Gordew	Cyfartal neu'n fwy na'r 95^{ain} canradd

Mae cynnal pwysau iach yn ystod plentyndod yn arbennig o bwysig ar gyfer iechyd y galon.

Mae plant gordew yn cael tebygolrwydd uchel o aros yn ordew drwy gydol eu bywydau.

Mewn cyferbyniad â phroblemau gordewdra, mae diffyg maeth sy'n arwain at bwysau corff gormodol o isel yn broblem iechyd cyffredin. Gall hyn fod o bryder arbennig ymysg pobl oedrannus, a dylai risgiau diffyg maeth yn cael ei monitro gan staff cartrefi gofal.

Mae diffyg maeth yn cael ei nodweddu gan gyfuniad o Indecs Màs y Corff isel a cholli pwysau. Mae'r British Association for Parenteral and Enteral Nutrition (BAPEN) wedi cynhyrchu methodoleg ar gyfer nodi cleifion sydd mewn perygl o ddiffyg maeth. Mae hyn yn cynnwys cyfres o gamau:

Cam 1: Indecs Màs y Corff yn cael ei gyfrifo, yna sgôr yn cael ei ddyrannu:

Mwy na 20 kg/m^2:	sgôr 0
18.5 - 20 kg/m^2:	sgôr 1
Llai na 18.5 kg/m^2:	sgôr 2

Cam 2: Colled pwysau yn ystod y 3-6 mis diwethaf yn cael ei asesu. Unrhyw golled pwysau a gynlluniwyd ar argymhelliad staff meddygol yn cael eu heithrio.

Llai na 5% colled pwysau:	sgôr 0
5% - 10% colled pwysau:	sgôr 1
Mwy na 10% colli pwysau:	sgôr 2

Cam 3: Os yw'r claf yn ddifrifol wael ac yn debygol o ddim wedi cael unrhyw gymeriant maethol am fwy na 5 diwrnod, yna mae sgôr o 2 yn cael ei ddyrannu.

Mae'r sgorau o'r camau 1-3 yn cael eu hychwanegu wedyn, i benderfynu ar y perygl o ddiffyg maeth:

Sgôr 0:	risg isel
Sgôr 1:	risg cymedrol
Sgôr 2 neu fwy:	risg uchel

Gall y canlyniad wedyn yn cael ei ddefnyddio i gynllunio gofal priodol i gleifion:

Ar gyfer claf **risg isel**, mae ei fod angenrheidiol yn syml i barhau gyda'r sgrinio diffyg maeth yn rheolaidd. Gallai hyn gael ei wneud yn fisol mewn cartref gofal.

Ar gyfer claf **risg cymedrol**, dylid cymeriant dietegol yn cael ei fonitro am gyfnod o 3 diwrnod. Os yw hyn yn ddigonol, yna nid oes angen gweithredu pellach ar wahân i sgrinio rheolaidd. Os, fodd bynnag, mae'n edrych fod diet y claf yn annigonol, yna mae angen gynllun gofal eu rhoi i waith i wella maeth.

Ar gyfer claf **risg uchel**, dylid cael cymorth proffesiynol gan ddietegydd, ac yn gweithredu cynllun i wella maeth fel mater o frys.

Er bod Indecs Màs y Corff yn cael ei ddefnyddio i sgrinio ar gyfer gorbwysedd a gordewdra, mae gan y dechneg cyfyngiadau. Mae'r paramedr bod BMI yn ceisio amcangyfrif yw braster y corff. Fodd bynnag, efallai na fydd yr amcangyfrif hwn yn gywir. Er enghraifft, gallai plentyn cael Indecs Màs y Corff uchel ar gyfer eu hoedran a'u rhyw, ond i benderfynnu os yw gormod o fraster mewn gwirionedd yn broblem yn gofyn am asesiad o **ganran braster y corff**. Mae cyfanswm canran braster y corff person yw'r pwysau'r braster y person wedi'i rannu gan bwysau'r person.

Mae braster y corff yn cael swyddogaethau amrywiol ac yn cynnwys **braster y corff hanfodol** a **braster y corff storio**.

Mae canran benodol o fraster yn y corff yn hanfodol i swyddogaethau dynol fel: inswleiddio organau a meinweoedd mewnol, rheoleiddio tymheredd y corff, ac ar gyfer swyddogaethau atgenhedlu. Mae canran y braster hanfodol yw 3 i 5% mewn dynion, ac 8 i 12% yn fenywod. Mae braster storio yn cynnwys braster cronni mewn meinwe bloneg, gyda phrif rôl o storio ynni.

Canrannau nodweddiadol o fraster y corff yw:

	Benywod (% braster)	Dynion (% braster)
Athletwyr	14-20%	6-13%
Ffitrwydd da	21-24%	14-17%
Derbyniol	25-31%	18-25%
Gordew	32%+	25%+

Dull syml o amcangyfrif canran braster y corff yw defnyddio Caliper Braster Corff. Mae darlleniadau yn cael eu dehongli yn ôl oedran a rhyw, fel yn yr enghraifft o siart yn ffigwr 259.

Body Fat % Measurement Chart for Men

Accu-Measure® Reading in Millimeters

AGE	2-3	4-5	6-7	8-9	10-11	12-13	14-15	16-17	18-19	20-21	22-23	24-25	26-27	28-29	30-31	32-33	34-36
18-20	2.0	3.9	6.2	8.5	10.5	12.5	14.3	16.0	17.5	18.9	20.2	21.3	22.3	23.1	23.8	24.3	24.9
21-25	2.5	4.9	7.3	9.5	11.6	13.6	15.4	17.0	18.6	20.0	21.2	22.3	23.3	24.2	24.9	25.4	25.8
26-30	3.5	6.0	8.4	10.6	12.7	14.6	16.4	18.1	19.6	21.0	22.3	23.4	24.4	25.2	25.9	26.5	26.9
31-35	4.5	7.1	9.4	11.7	13.7	15.7	17.5	19.2	20.7	22.1	23.4	24.5	25.5	26.3	27.0	27.5	28.0
36-40	5.6	8.1	10.5	12.7	14.8	16.8	18.6	20.2	21.8	23.2	24.4	25.6	26.5	27.4	28.1	28.6	29.0
41-45	6.7	9.2	11.5	13.8	15.9	17.8	19.6	21.3	22.8	24.7	25.5	26.6	27.6	28.4	29.1	29.7	30.1
46-50	7.7	10.2	12.6	14.8	16.9	18.9	20.7	22.4	23.9	25.3	26.6	27.7	28.7	29.5	30.2	30.7	31.2
51-55	8.8	11.3	13.7	15.9	18.0	20.0	21.8	23.4	25.0	26.4	27.6	28.7	29.7	30.6	31.2	31.8	32.2
56 & UP	9.9	12.4	14.7	17.0	19.1	21.0	22.8	24.5	26.0	27.4	28.7	29.8	30.8	31.6	32.3	32.9	33.3

LEAN IDEAL AVERAGE ABOVE AVERAGE

www.accumeasurefitness.com/body-fat-measurement-charts-for-men-and-women.html

Ffigur 259: Mesur o fraster y corff gan galiper

Mae canran braster y corff yn cynyddu yn naturiol gydag oedran, fel bod yr ystod iach ar gyfer pobl hyn yn uwch nag ar gyfer pobl yn eu harddegau.

Mae dulliau mesur amgen yn bosibl i bennu canran braster y corff. Mae dull bras ar gyfer dynion yw gwneud mesuriadau o gyfanswm pwysau'r corff (kg) a mesur gwasg (cm).

Ffactor 1 yn cael ei gyfrifo fel: (Cyfanswm pwysau corff x 1.082) + 94.42
Ffactor 2 yn cael ei gyfrifo fel: Mesur gwasg x 4.15
Màs y corff heb fraster yw: Ffactor 1 - Ffactor 2
Pwysau braster y corff yw: Cyfanswm pwysau'r corff - Màs y corff heb fraster

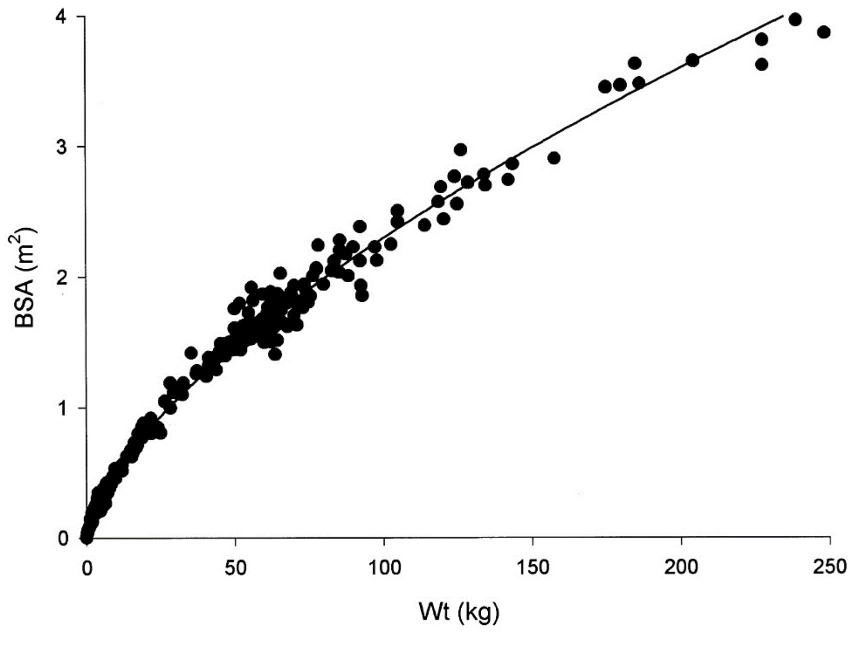
Rydym nawr yn cyfrifo ***Canran braster y corff*** fel:

(Pwysau braster y corff x 100) / cyfanswm pwysau'r corff

Arwynebedd y corff

Gall arwynebedd y corff yn baramedr pwysig ar gyfer cyfrifo dos cyffuriau. Gall arwynebedd y corff yn cael ei fesur yn uniongyrchol, ond mae hyn yn ddealladwy yn broses lafurus iawn. Livingston a Lee (2001) wedi dangos bod cydberthynas dda rhwng arwynebedd y corff a phwysau corff gan ddefnyddio'r fformiwla:

$$arwynebedd\ y\ corff = 0.1173\ \times pwysau: kg^{0.6466}$$



Ffigur 260: Perthynas rhwng arwynebedd y corff a phwysau

Felly, mae'n bosibl amcangyfrif arwynebedd y corff yn uniongyrchol o bwysau'r corff, i raddau rhesymol o gywirdeb.

Datblygwyd hafaliad gan Gehan a George (1970) sy'n defnyddio'r paramedr ychwanegol o daldra wrth gyfrifo arwynebedd y corff:

$$arwynebedd\ y\ corff: m^2 = 0.0235\ taldra: cm^{0.42246} \times pwysau: kg^{0.51456}$$

Mae'r hafaliad Gehan-George yn seiliedig ar gydberthynas rhwng mesuriadau uniongyrchol o dros 400 o gyfrannwyr , gan gynnwys plant ac oedolion.

Cyfaint gwaed

Paramedr arall o'r corff sydd hefyd o ddefnydd wrth gyfrifo dogn cyffuriau yw cyfaint gwaed. Gellir amcangyfrif cyfaint gwaed gan ddefnyddio hafaliad Nadler (yn Nadler, Hidalgo a Bloch, 1962). Mae dau fersiwn gwahanol yn cael eu darparu:

Dynion:

$$cyfaint\ gwaed: ml = 0.0003668 \times (taldra: cm)^3 + 32.2 \times pwysau: kg + 604$$

Menywod:

$$cyfaint\ gwaed: ml = 0.000356 \times (taldra: cm)^3 + 33 \times pwysau: kg + 183$$

Mae dull arall syml yn defnyddio'r nifer cyfartalog o fililitr o waed y cilogram o bwysau'r corff i gyfrifo cyfanswm cyfaint gwaed. Ar gyfer ddynion, mae hyn yn 75 mililitr o waed y cilogram. Efallai y bydd angen i wneud addasiadau gan ddefnyddio **Rheol Gilcher**. Nid yw pob math o feinwe yn cynnwys yr un faint o waed. Os yw person yn ordew neu'n denau iawn, bydd hyn yn dylanwadu ar faint o waed y cilogram o bwysau'r corff.

Dynion cyhyrol yn cael 75 ml o waed y cilogram o bwysau'r corff

Dynion normal yn cael 70 ml / kg

Dynion tenau yn cael 65 ml / kg

Dynion gordew yn cael 60 ml / kg

Mae dull tebyg yn cael ei ddefnyddio i gyfrifo cyfaint gwaed mewn menywod.

Yn yr adran hon rydym wedi gweld dadansoddiad o fesuriadau corff oddi wrth lawer o unigolion. Mae hyn wedi caniatáu i weithwyr iechyd proffesiynol ddatblygu fformiwlâu mathemategol ar gyfer ystod o baramedrau corff sydd o werth mewn gweithdrefnau diagnosis a thriniaeth.

Modelu tirwedd tri dimensiwn

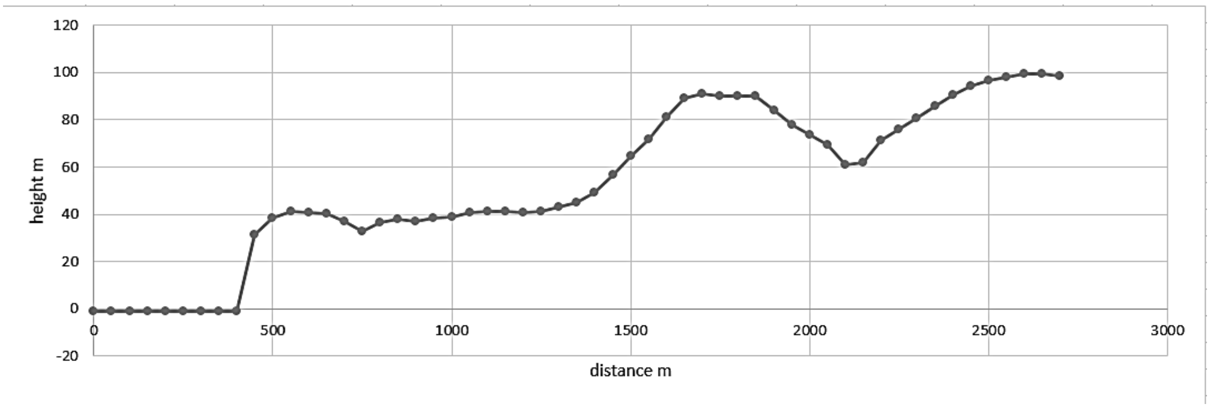
Mae set fawr iawn o ddata sy'n ddefnyddiol ar gyfer nifer o ddibenion yw'r Model Uchder Digidol ar gyfer Prydain. Mae'r set data, a gynhyrchwyd gan Ordnance Survey ac ar gael am ddim i'w llwytho i lawr oddi ar y Rhyngrwyd, yn rhoi uchder pob pwynt ar wyneb y tir i gywirdeb o 0.1m. Pwyntiau yn cael eu trefnu ar rid o 50 metr sy'n cwmpasu pob rhan o Brydain.

Mae ffeiliau data yn cynnwys arae o werthoedd uchder ar gyfer pob sgwâr grid 10 km. Gwelir darn isod.

```
    ----+----5----+----6----+----7----+----8----+----9----+----(
127 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 21 20.1 21
128 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 26 23.4 21 20.7
129 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 34.7 30.8 27.5 24 21
130 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 40.5 43 40.6 32.5 29.2 26.2 23
131 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 42.1 41.1 38.8 33.8 29.7 28.1
132 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 41.5 41.3 36.9 31.9 29.6 29 25
133 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 32.3 40 39.8 38 31.2 29 28.9 28.6 3
134 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 36.6 39.1 39.2 36.8 34.9 30.6 30.6
135 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 35 39.8 40.4 39.6 35.3 34.5 33
136 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 31.4 38.3 41.2 40.6 40.2 37.1
137 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 1.2 6.9 41.5 41.8 41.1 38
138 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 41.6 42 41.1 39
139 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 42.8 42.8 41.1
140 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 41.2 41.5 41.9 41.1
141 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 38.2 40.5 40.7 39.1
```

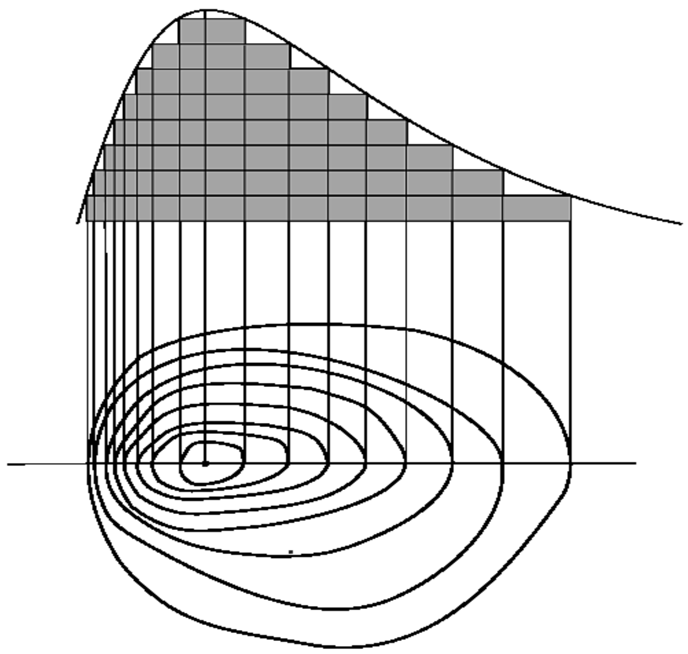
Ffigur 261: Enghraifft o ffeil Model Uchder Digidol

Er mwyn dangos sut y gall cynnwys y ffeil yn cael ei ddefnyddio, y rhes o werthoedd a amlygwyd uchod wedi'i blotio fel croestoriad yn ffigwr 262. Mae hyn yn cynrychioli rhan o arfordir clogwyn.



Ffigur 262: Croestoriad tir wedi ei phlotio o ddata Model Uchder Digidol

Un o'r ffyrdd mwyaf defnyddiol o ddangos data uchder ar fap yw fel cyfres o gyfuchliniau sy'n cysylltu pwyntiau o uchder cyfartal. Byddai copa bryn ynysig gael ei gynrychioli gan gyfres o gyfuchliniau caeedig, yr un y tu mewn i un arall.

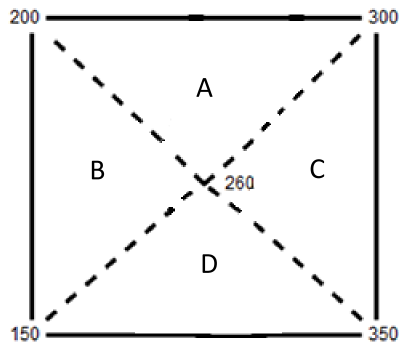


Ffigur 263:

Perthynas o groestoriad arwyneb tir i batrwm cyfuchliniau ar gyfer fynydd ynysig

Gall mapiau cyfuchlin yn cael ei lluniadu gan ddefnyddio'r data uchder yn y Model Uchder Digidol. Byddwn yn edrych ar drefn i wneud hyn y gellir eu gweithredu fel rhaglen gyfrifiadurol.

Y cam cyntaf yw cael y pedwar uchder ar gyfer y corneli sgwâr grid 50m. Yna, byddwn yn cyfrifo uchder pwynt canol y sgwâr grid fel cyfartaledd o'r uchderau cornel. Mae'r sgwâr grid bellach wedi'i rannu'n bedwar trionglau A - D, gydag uchderau o'r corneli triongl yn adnabod.



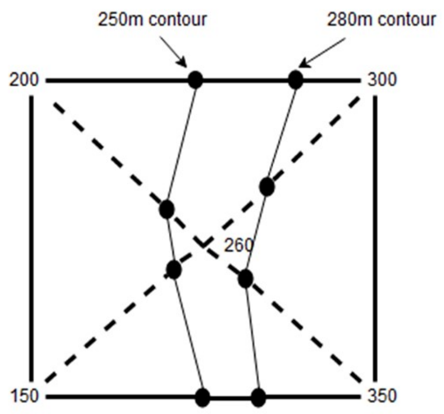
Ffigur 264:

Enghraifft o gell grid o'r Model Uchder Digidol

Gallwn ddewis gwerthoedd cyfuchliniau addas i'w blotio. Gadewch i ni dybio ei bod angen cyfuchliniau ar uchder o 250m a 280m. Byddwn yn cymryd pob uchder gyfuchlin yn ei dro, gan ddechrau gyda 250m.

Ar gyfer pob un o'r pedwar trionglau'r sgwâr grid, rydym yn gwirio a ddylai'r llinell gyfuchlin dorri drwy'r triongl. Bydd hyn yn wir os yw uchder gyfuchlin rhwng uchafswm ac isafswm uchder gornel y triongl. Bydd y 250m cyfuchlin croesi trionglau A, B a D, ond mae'n rhy isel i groesi triongl C.

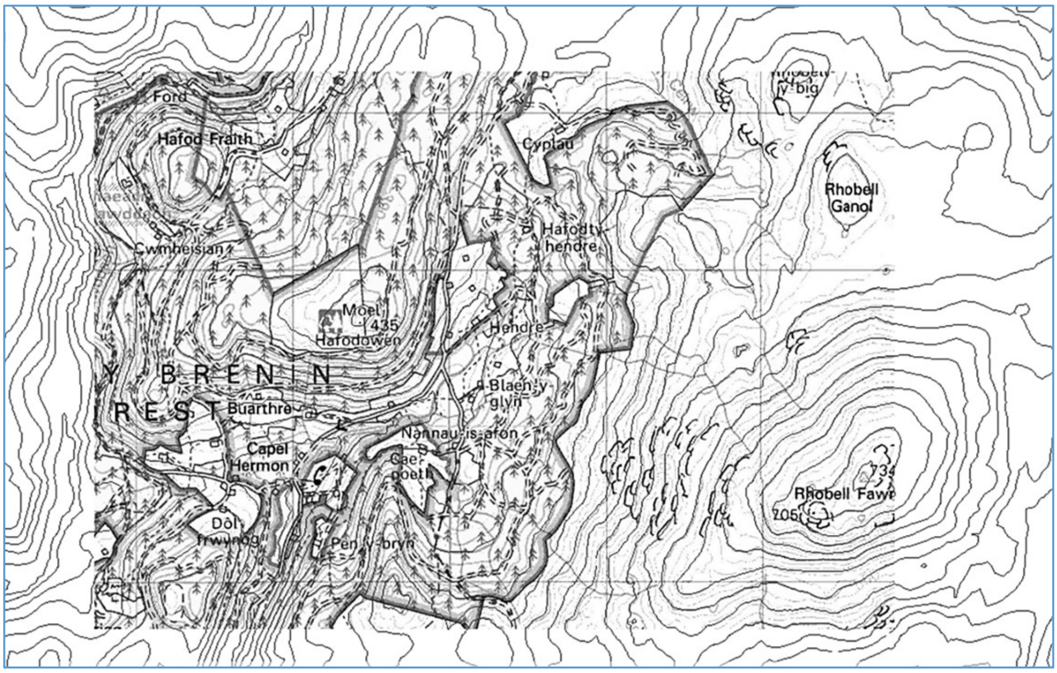
Os bydd y gyfuchlin yn croesi ymyl triongl, mae ei lleoliad torri yn cyfrifo o'r graddiant llinellol. Er enghraifft, mae'r 250m cyfuchlin yn torri ymyl uchaf y sgwâr grid ar bwynt hanner ffordd rhwng y corneli ar uchder o 200m a 300m. Unwaith y bydd y pwyntiau torri am gyfuchlin wedi'u darganfod, gall y llinell gyfuchlin ei hun yn cael ei lunio.



Ffigur 265:

Enghraifft o lunio cyfuchliniau ar draws gell grid o'r Model Uchder Digidol

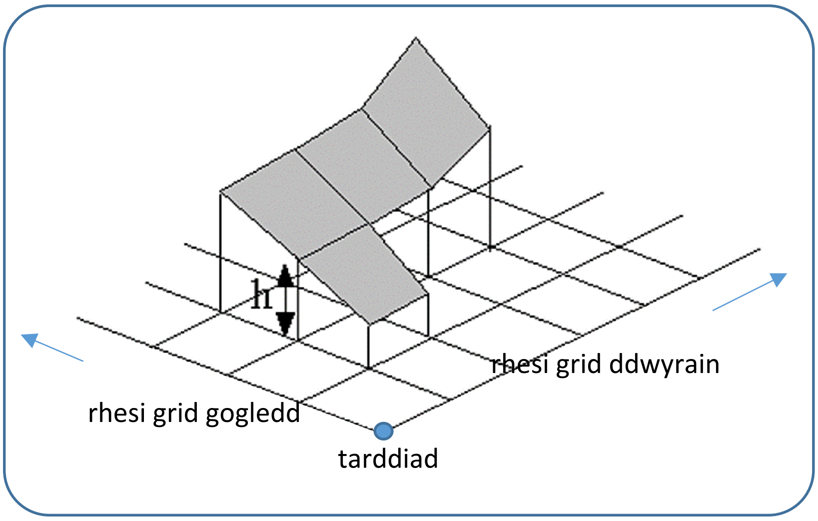
Os bydd y weithdrefn yn cael ei ailadrodd ar gyfer pob sgwâr grid o ardal a ddewiswyd, gall map cyfuchlin llawn yn cael ei greu. Mae'n ddefnyddiol i ychwanegu delwedd map isod y cyfuchliniau, fel y gall cywirdeb y rhaglen gyfrifiadurol yn cael eu gwirio, ac i helpu gyda lleoli pwyntiau ar fap yr ardal.



Ffigur 266: Map cyfuchlin a grëwyd o ddata Model Uchder Digidol

Ar gyfer llawer o weithgareddau daearyddol, mae'n ddefnyddiol i gynhyrchu cynrychiolaeth tri dimensiwn o arwynebedd y tir, yn hytrach na map dau ddimensiwn. Mae Model Uchder Digidol eto yn darparu'r data angenrheidiol.

Mae'r dull symlaf i gynrychioli tri dimensiwn yn defnyddio tafluniad isomedrig, fel oedd yn amlinellu o'r blaen ym mhennod 7. Mae'r dull sylfaenol ar gyfer y dechneg hon yn cael ei ymddangos yn ffigwr 267 isod.



Ffigur 267:

Adeiladu model arwyneb y tir mewn tafluniad isomedrig

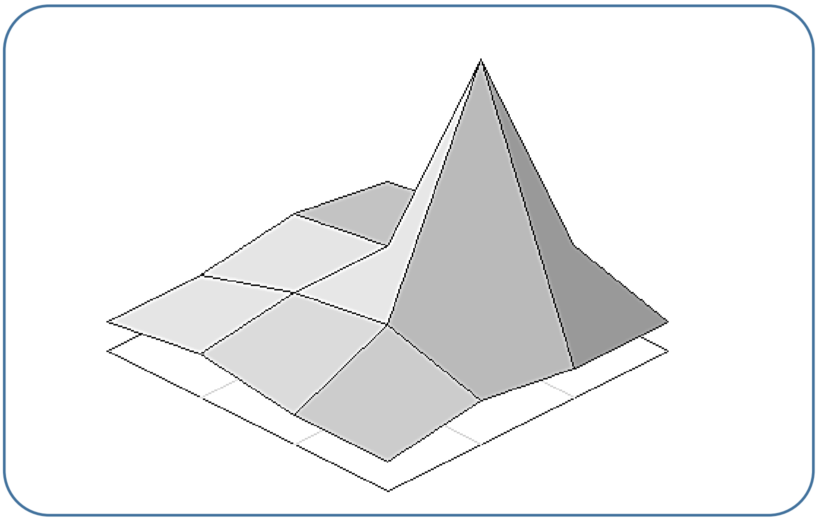
Mae'r lleoliad ar y sgrin o'r pwynt tarddiad yn cael ei ddewis.

Mae pob sgwâr grid o'r model uchder digidol yn cael ei ystyried yn ei dro. Mae'r lleoliad o'r sgwâr grid gwaelod yn cael ei gyfrifo drwy ychwanegu offset briodol ar gyfer y nifer o resi grid i'r gogledd a'r dwyrain o'r tarddiad.

Mae llinellau fertigol yn cael eu hadeiladu o gorneli'r sgwâr grid i gynrychioli uchder o bedwar ban y sgwâr grid. Yna mae darn o arwyneb anhryloyw ei blotio i greu elfen o arwynebedd y tir.

Mae'r weithdrefn yn cael ei ailadrodd ar gyfer pob sgwar grid o'r ardal.

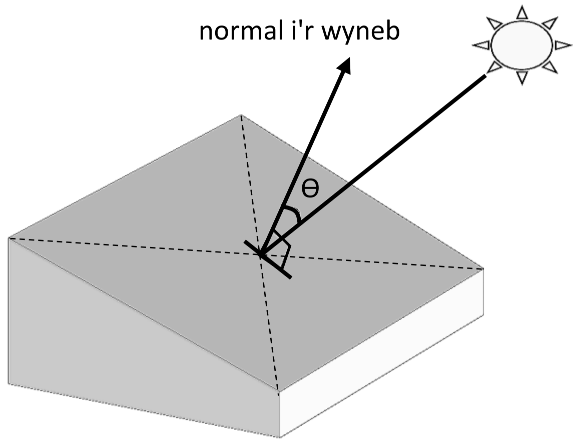
Bydd model wyneb y tir cywir yn cael ei greu, ond bydd hyn yn ymddangos yn wastad a dinodwedd. Mae cynrychiolaeth well yn cael ei greu os gall y darnau arwyneb yn cael ei liwio yn ôl i gyfeiriad y golau, fel yn ffigwr 268.



Ffigur 268:

Model wyneb y tir gyda chysgod golau

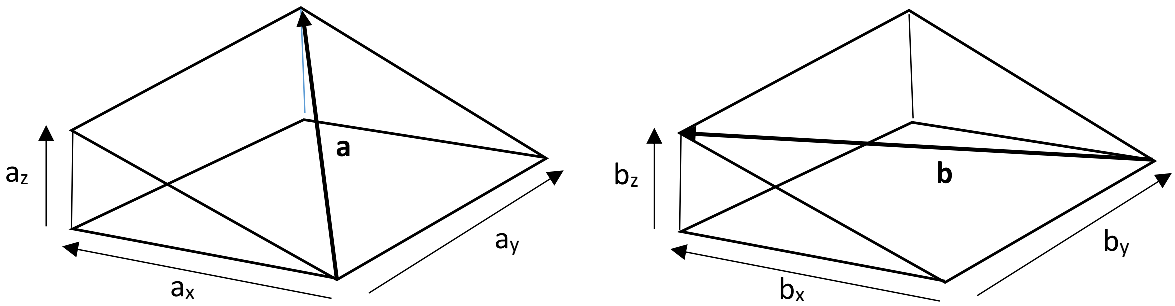
I ychwanegu cysgod golau, rydym yn dod o hyd i'r Θ ongl rhwng y golau trawol a'r cyfeiriad normal yn berpendicwlar i'r darn wyneb. Lle mae'r ongl yn fach, bydd y golau yn cael ei disgleirio yn uniongyrchol ar yr wyneb a dylai'r patch wyneb gael ei liwio yn oleuach.



Ffigur 269:

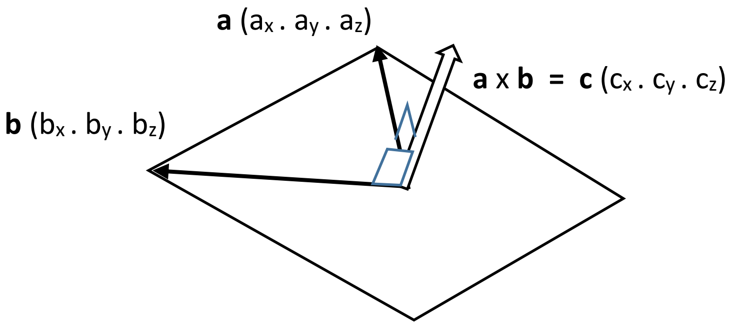
Techneg i bennu lefel o gysgod golau ar gyfer darn o wyneb

Rydym yn dechrau trwy gyfrifo cydrannau fector lletraws y darn wyneb. Y rhain fydd y dimensiynau **x** a **y** o'r gell yn y plân llorweddol, a'i uchder yn y cyfeiriad fertigol **z**.



Ffigur 270: Cydrannau fector o'r croeslinau darn wyneb

Y cam nesaf yw penderfynu ar y cydrannau fector o'r normal i'r wyneb **c**, a fydd yn taflunio o'r arwyneb ar ongl sgwâr i'r ddau groeslin.



Ffigur 271:

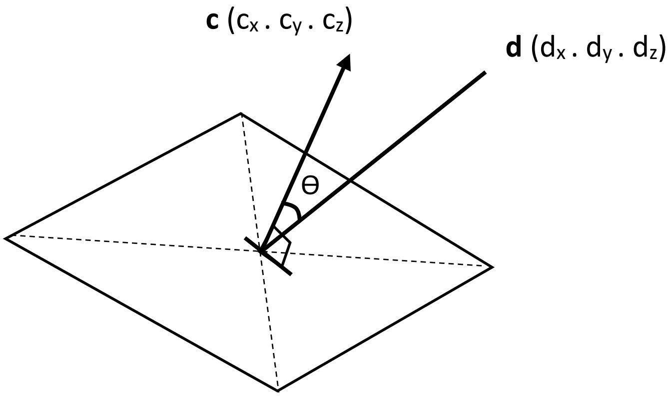
Cyfrifo'r fector normal i'r wyneb

Mae'r fector normal i'r arwyneb yn cael ei roi gan y **fector lluoswm croes** o'r ddau fector lletraws.

Cydrannau'r fector lluoswm croes yn cael eu cyfrifo o gydrannau'r fectorau croeslin trwy gyfrwng y fformiwlâu:

$$c_x = a_y b_z - a_z b_y$$
$$c_y = a_z b_x - a_x b_z$$
$$c_z = a_x b_y - a_y b_x$$

Unwaith y byddwn yn gwybod cyfeiriad y normal i'r arwyneb, gallwn symud ymlaen i benderfynu ar yr ongl y mae hyn yn ei gwneud gyda golau trawol. Mae angen yn gyntaf i benderfynu ar gyfeiriad y ffynhonnell golau. Byddwn yn diffinio hyn fel fector **d**.



Ffigur 272:

Ongl **Θ** rhwng fector **c** normal i'r wyneb a'r fector golau trawol **d**

Gellir dod o hyd i'r ongl Θ gan ddefnyddio'r fformiwla **fector lluoswm dot**, sy'n rhoi cosin yr ongl rhwng y ddau fector.

$$\boldsymbol{c} \,.\, \boldsymbol{d} = |\boldsymbol{c}|\,|\boldsymbol{d}| \cos\theta$$

Rydym yn cyfrifo'r lluoswm dot **c.d** o gydrannau'r ddau fector:

$$\boldsymbol{c} \,.\, \boldsymbol{d} = c_x d_x + c_y d_y + c_z d_z$$

Aildrefnu'r fformiwla lluoswm dot yn dangos bod cos Θ ar gael drwy rannu'r swm hwn gan luoswm y meintiau fector.

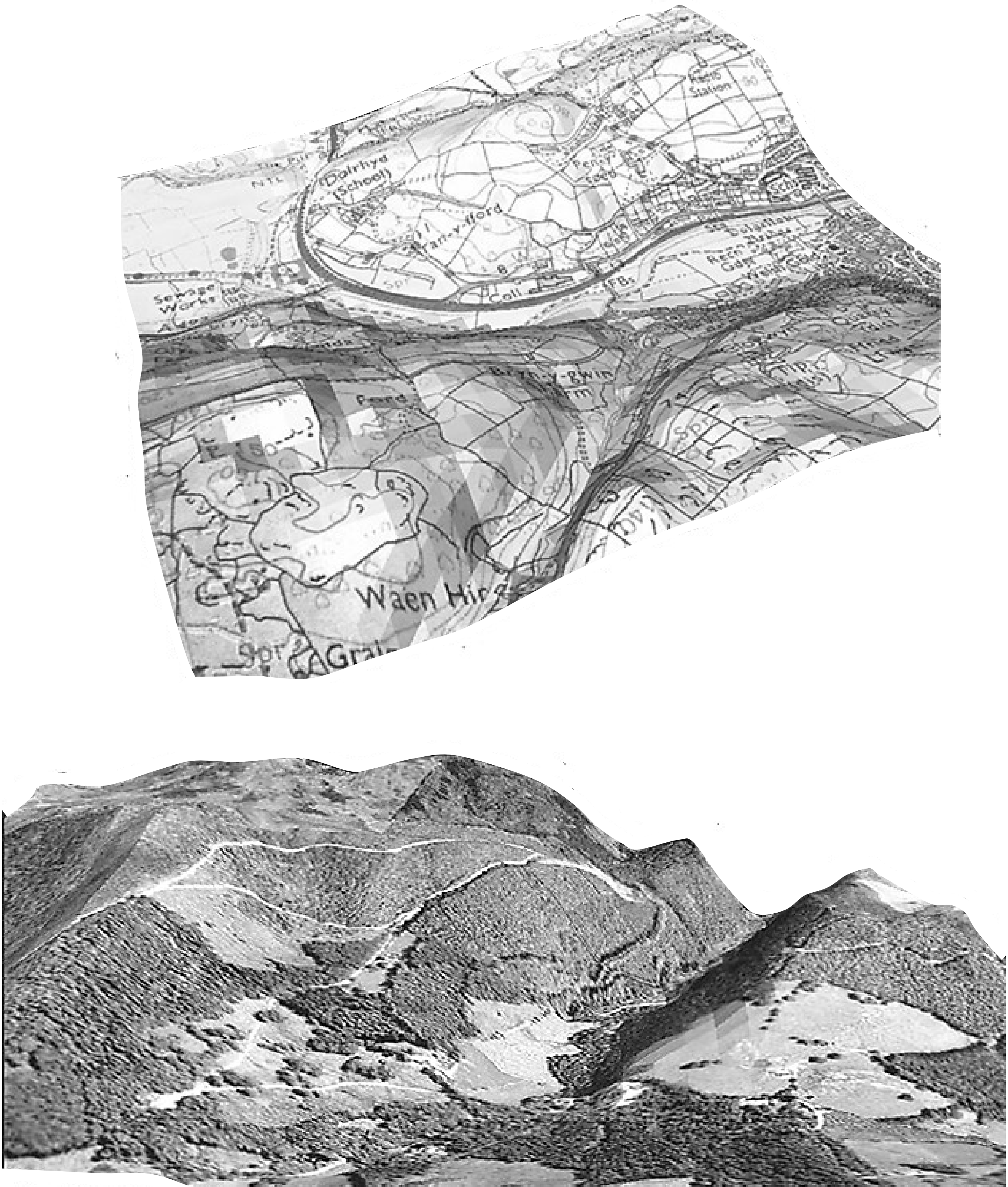
$$\cos\theta = \frac{c_x d_x + c_y d_y + c_z d_z}{|\boldsymbol{c}|\,|\boldsymbol{d}|}$$

Gall canfod maint pob fector drwy ddefnyddio mynegiad o'r ffurf:

$$|\boldsymbol{c}| = \sqrt{{c_x}^2 + {c_y}^2 + {c_z}^2}$$

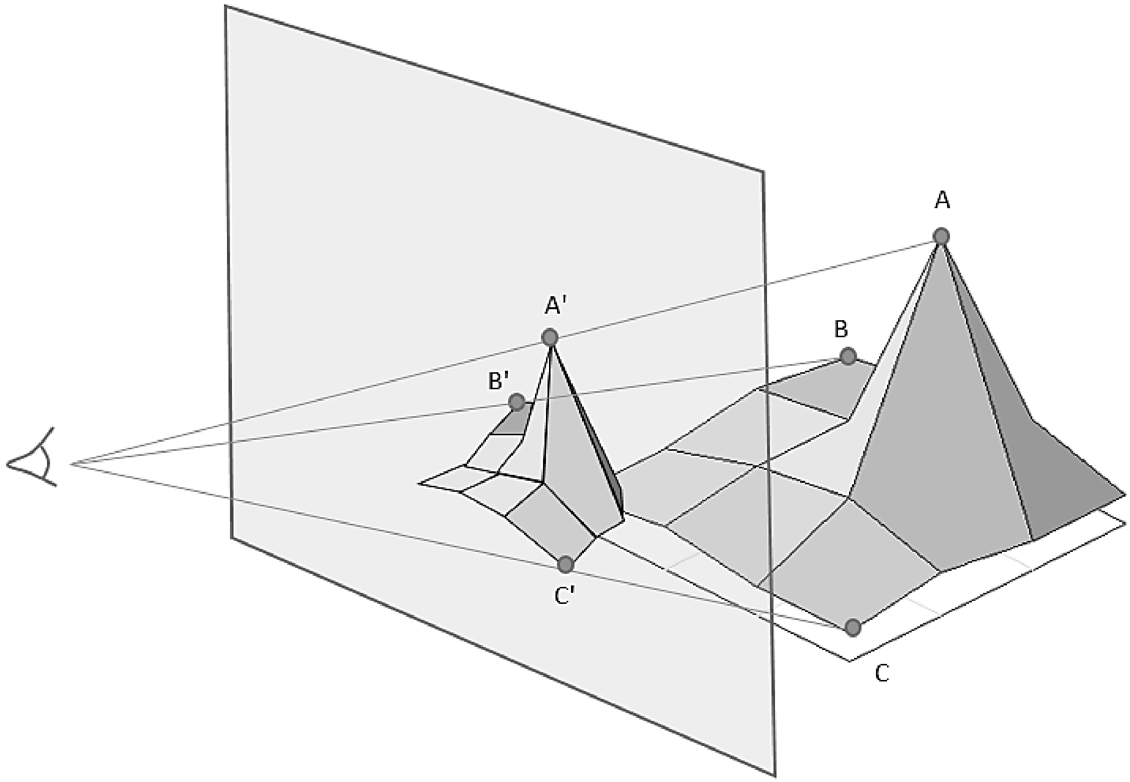
Nawr ein bod yn gwybod yr ongl rhwng y darn o wyneb a'r golau trawol, gall hyn gael ei ddefnyddio i osod lefel o olau ar gyfer y gell. Os yw'r ongl yn fach, bydd y golau yn disgyn yn uniongyrchol ar y wyneb a gall lefel uchel o olau yn cael ei ddefnyddio. Os yw'r ongl drawol yn fawr, dylai'r darn o wyneb yn cael ei ddangos yn y cysgod.

Ar ôl creu geometreg wyneb y tir, gallwn wella'r model tri dimensiwn drwy ddefnyddio naill ai adran o fap neu ffotograff awyr ar bob darn o wyneb, fel y dangosir isod.



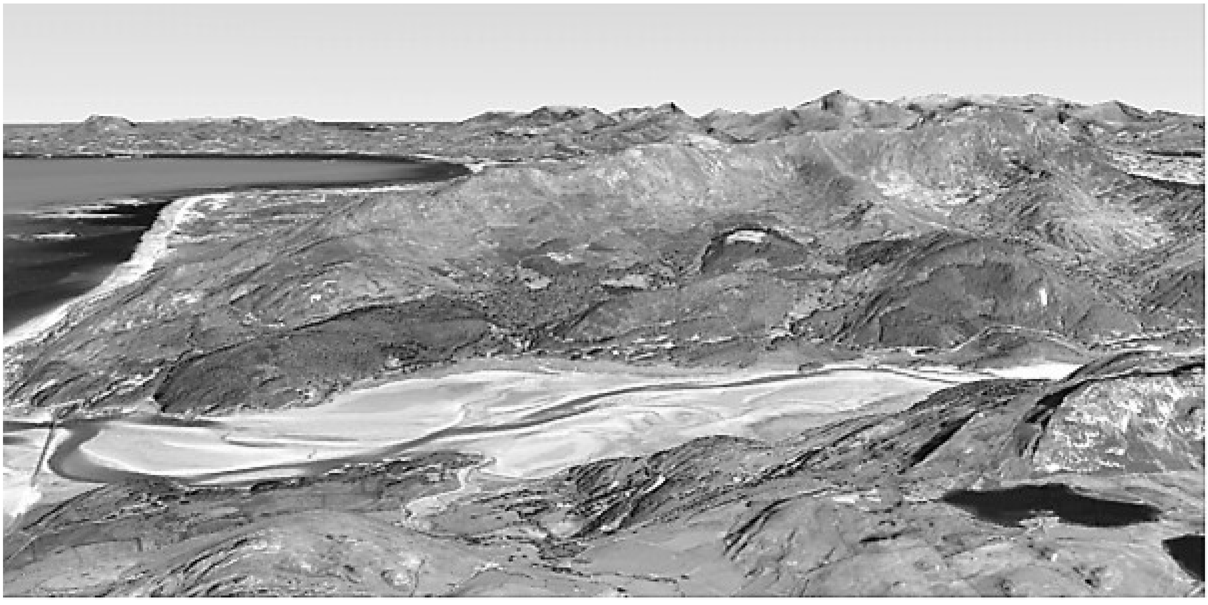
Ffigur 273: Modelau tirwedd isomedrig gynhyrchwyd gan fyfyrwyr cyfrifiadureg, gan ddefnyddio (uchod) map ac (isod) delweddau llun awyr

Gall modelau tirwedd tri dimensiwn yn cael ei wneud yn fwy realistig hyd yn oed trwy ddefnyddio geometreg dafluniol i greu delweddau persbectif. Mae egwyddor y dechneg hon yw dychmygu bod model dirwedd solet yn cael ei weld drwy ffenestr. Mae llinellau dychmygol yn cael eu hadeiladu o bwyntiau ar y model i'r gwyliwr. Lle mae'r llinellau hyn yn pasio drwy'r ffenestr, tynnir nodwedd gyfatebol y ddelwedd.



Ffigur 274: Adeiladu delwedd persbectif gan ddefnyddio geometreg dafluniol

Mae geometreg dafluniol yn cael ei ddefnyddio mewn meddalwedd modelu tirwedd fel Google Earth, fel yn yr enghraifft isod.

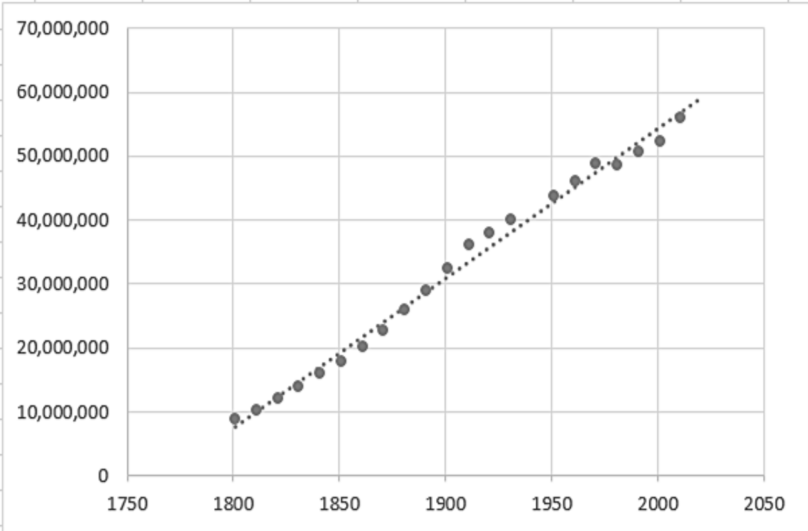


Ffigur 275: Delwedd persbectif o'r Aber Mawddach a mynyddoedd y Rhinogydd, a grëwyd gyda meddalwedd modelu tirwedd Google Earth

Pwerau o rifau

Pan fydd setiau data yn cael eu casglu, mae'n aml yn bwysig i nodi'r ffwythiant mathemategol sy'n disgrifio'r data. Mae hyn wedyn yn caniatáu amcangyfrifon yn cael eu gwneud ar gyfer pwyntiau data ychwanegol. Fel enghraifft, gall ystyried y data poblogaeth a gasglwyd mewn cyfrifiadau yng Nghymru a Lloegr bob deng mlynedd dros y cyfnod 1801 i 2011. Mae'r data yn cael ei blotio fel graff gwasgariad yn ffigur 276 isod.

Year	Residents
1801	8,872,980
1811	10,150,037
1821	11,978,875
1831	13,897,187
1841	15,906,741
1851	17,927,609
1861	20,066,224
1871	22,712,266
1881	25,974,439
1891	29,002,525
1901	32,527,843
1911	36,070,492
1921	37,886,699
1931	39,952,377
1941	
1951	43,757,888
1961	46,104,548
1971	48,749,575
1981	48,521,596
1991	50,748,000
2001	52,360,000
2011	56,075,900



Ffigur 276: Poblogaeth Cymru a Lloegr

Mae'r pwyntiau blotio yn ymddangos yn agos rhesymol at linell syth, fel y gellir ei brasamcanu gan hafaliad o'r ffurflen:

$$y = ax + b$$

lle mae **a** yn graddiant y llinell, a **b** yn rhyngdoriad gyda'r echelin fertigol pan fydd x = 0. Mae'r daenlen Excel yn cyfrifo hafaliad y llinell syth gyda ffit orau drwy'r pwyntiau. Mae hyn yn cael ei arddangos fel:

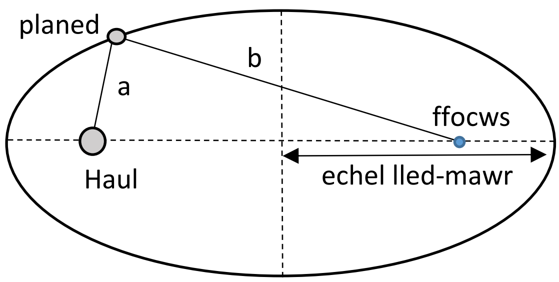
$$y = 234{,}110.024255\ x - 413{,}954{,}770$$

Drwy roi x = 2021 i mewn i hafaliad hwn, gallwn gael rhagfynegiad ar gyfer poblogaeth Cymru a Lloegr yn y cyfrifiad 2021 fel 59,181,590.

Gall data yn cael ei ddadansoddi yn hawdd os oes ganddo duedd llinol, ond yn aml mae'r pwyntiau data yn dilyn rhyw batrwm arall. Byddwn yn edrych ar rai enghreifftiau:

Yn 1619, cyhoeddodd y seryddwr Johannes Kepler fformiwla sy'n ymwneud maint yr orbit planed at yr amser a gymerir i orbit o gwmpas yr Haul. Mae'r fformiwla yn cael ei adnabod fel trydedd gyfraith Kepler, a byddwn yn edrych ar sut y gall hyn fod yn deillio.

Yn gyffredinol dydy orbitau planedau ddim yn grwn, ond yn hytrach yn cael siâp o elips. Yr Haul yw yn un o'r ddau ffocws yr elips. Mae swm y pellteroedd o'r ddau ganolbwynt i unrhyw bwynt ar yr elips yn gyson, megis cyfan o'r pellteroedd **a** a **b** yn ffigwr 277.



Ffigur 277: Orbit eliptigol o blaned

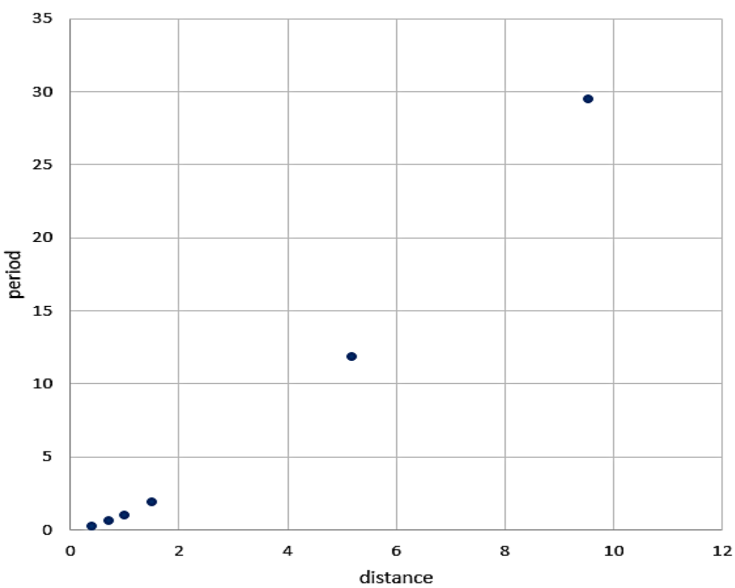
Y mesur a ddefnyddir gan Kepler ar gyfer maint yr orbitau planedol yw hyd echel lled-mawr yr elips.

planed	orbit echelin lled-mawr, gymharu ag orbit y Ddaear	cyfnod orbitol, blynyddoedd Ddaear
Mercury	0.39	0.24
Venus	0.72	0.62
Earth	1.00	1.00
Mars	1.52	1.88
Jupiter	5.20	11.86
Saturn	9.54	29.46

Mae'r data hwn wedi cael ei blotio yn ffigur 278. Mae'n ymddangos bod y pwyntiau data yn dilyn cromlin, felly gall fod yn gysylltiedig gan hafaliad o'r ffurflen:

$$\text{cyfnod} = \text{pellter}^{x}$$

lle mae **x** yn bŵer bod angen i ni benderfynu.



Ffigur 278:

Plot gwasgariad o bellteroedd a chyfnodau orbitol y planedau

Gall ffwythiannau sy'n ymwneud pwerau o rifau yn cael eu dadansoddi gan ddefnyddio logarithmau. Logarithmau yn cael eu creu ar gyfer bôn penodol. Mae'r logarithm o nifer yw **pŵer** o'r **bôn** sy'n cynhyrchu'r rhif hwnnw. Er enghraifft, gan ddefnyddio bôn 2:

$\log_2(32) = 5$, oherwydd $32 = 2^5$

Gallwn luosi rhifau drwy ychwanegu eu logarithmau. Eto gan ddefnyddio bôn 2:

$\log_2(4) = 2$ $\log_2(32) = 5$

$4*32 = 128$ felly adio logarithmau: $2 + 5 = 7$ $2^7 = 128$

Yn gyffredinol, os $C = A * B$, yna $\log(C) = \log(A) + \log(B)$

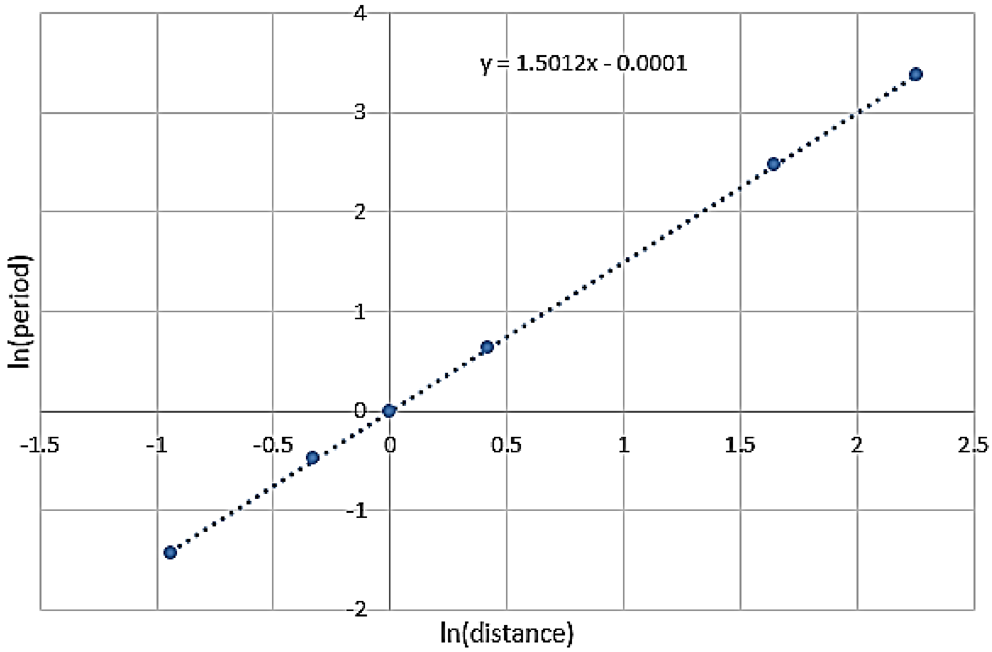
I godi nifer i bŵer, rydym yn lluosi'r logarithm gan y pŵer. Er enghraifft:

$4^3= 64$

$\log_2(4) = 2$ $\log_2(4^3) = 3 \times 2 = 6$ $2^6 = 64$

Yn gyffredinol, os $C = A^B$, yna $\log(C) = B \log(A)$

Mae'r cysylltiadau rhain yn ffurfio sail ar gyfer dull i ddadansoddi ffwythiannau sy'n ymwneud pwerau o rifau. Rydym yn dechrau drwy blotio graff ar gyfer logarithmau'r ddau newidyn **pellter** a **chyfnod**. Gall logarithmau i unrhyw fôn yn cael ei ddefnyddio, ond mae'n aml yn gyfleus i'w defnyddio logarithmau naturiol gyda'r bôn 2.718 ... (rhif hwn, a elwir yn **e**, yn cael eu hystyried yn fwy manwl pan fyddwn yn trafod calcwlws ym mhennod 12). Os bydd y ddau newidyn yn perthyn gan ffwythiant pŵer, bydd y pwyntiau yn gorwedd ar linell syth. Mae hyn yn digwydd, fel y dangosir yn ffigwr 279.



Ffigur 279: Plot logarithmig o bellteroedd a chyfnodau orbitol blaned

Rydym yn canfod bod hafaliad y llinell syth sy'n ffitio orau, o fewn wall arbrofol, yw:

$$y = 1.5012\,x - 0.0001$$

Mae angen i ni i ddehongli'r canlyniad hwn. Os yw'r hafaliad yr ydym yn chwilio amdano yn y ffurf:

$$T = D^n$$

lle T yw'r amser orbit a D yw'r pellter orbitol, yna:

$$\ln(T) = n \ln(D)$$

Ers ein plot log yn dangos *In (D)* fel cyfesuryn **x** llorweddol, a *In (T)* fel cyfesuryn **y** fertigol, yna fydd **n** yn raddiant y llinell. Canfuwyd bod y gwerth **n** yn 1.5 o fewn cyfeiliornad arbrofol yn rhesymol. Felly, gallwn ysgrifennu:

$$T = D^{1.5}$$

Gellir mynegi hyn yn fwy cyfleus drwy sgwario'r ddwy ochr:

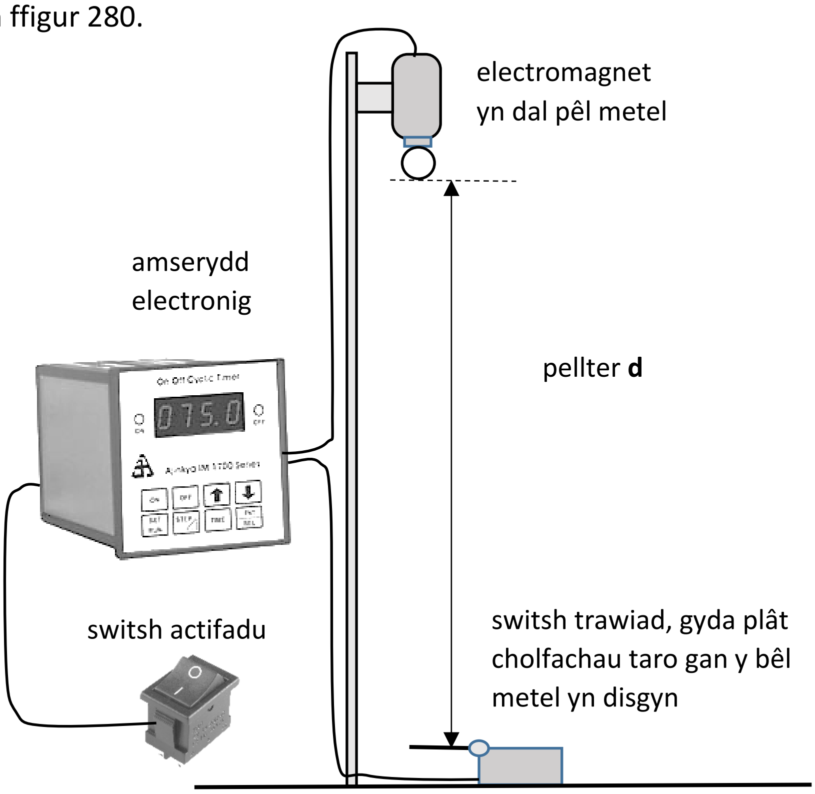
$$T^2 = D^3$$

Rydym wedi canfod trydedd gyfraith Kepler:

> 'Sgwâr y cyfnod orbitol ar gyfer planed mewn cyfrannedd â chiwb yr echel lled-mawr ei orbit'.

Fel enghraifft arall o ddefnyddio logarithmau wrth ddadansoddi ffwythiant sy'n cynnwys pŵer, byddwn yn edrych ar arbrawf mewn ffiseg i bennu gwerth **g**, y cyflymiad oherwydd disgyrchiant. Mae hyn yn cynnwys mesur yr amser a gymerir ar gyfer pêl metel i ddisgyn yn rhydd dan ddisgyrchiant drwy wahanol bellteroedd diffiniedig.

Gall mesur cywir o amserau eu cael yn electronig gan ddefnyddio cyfarpar o'r math a ddangosir yn ffigur 280.

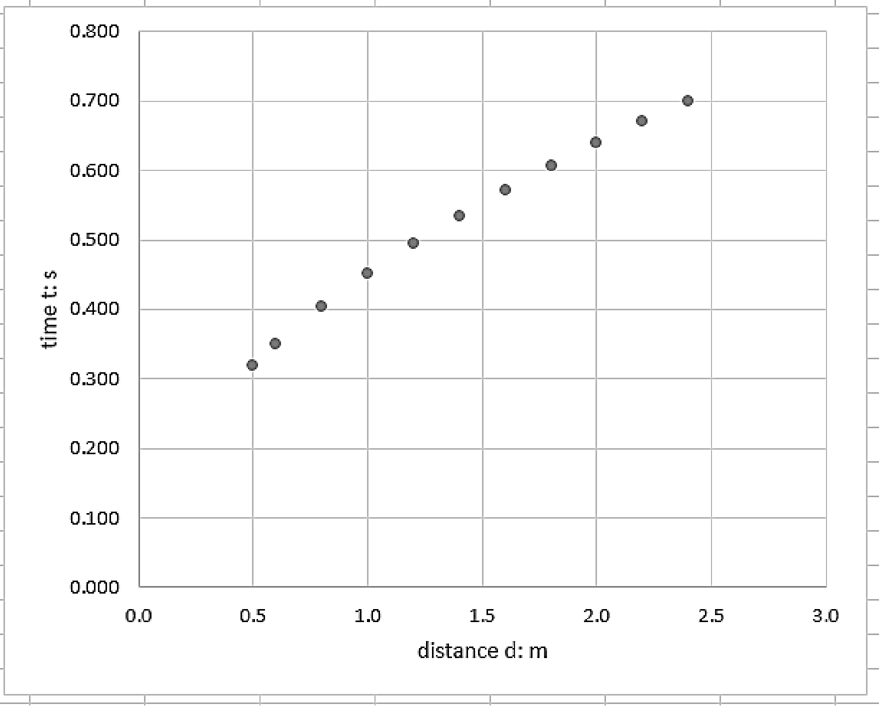


Ffigur 280: Arbrawf i ddarganfod cyflymiad oherwydd disgyrchiant

Mae electromagnet yn dal pêl metel ei gosod uwchben blât switsh. Pan fydd y system ei actifadu, mae'r electromagnet yn rhyddhau'r bêl ac yn syth dechrau amserydd electronig. Ar ôl syrthio pellter a fesurwyd **d**, fydd y bêl yn bwrw'r plât switsh ac yr amserydd yn stopio ar unwaith. Gall yr arbrawf yn cael ei ailadrodd nifer o weithiau gyda gwahanol bellteroedd **d**.

Rydym yn dechrau drwy blotio graff gwasgariad o'r canlyniadau arbrofol. Dangosir gwerthoedd nodweddiadol yn ffigwr 281.

d	t
0.5	0.319
0.6	0.350
0.8	0.404
1.0	0.452
1.2	0.495
1.4	0.535
1.6	0.571
1.8	0.606
2.0	0.639
2.2	0.670
2.4	0.700



Ffigur 281: Plot gwasgariad o bellteroedd ac amseroedd ar gyfer syrthio o dan ddisgyrchiant

Mae'n adnabyddus bod yr hafaliad ar gyfer syrthio yn rhydd o dan ddisgyrchiant yw:

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

lle mae **d** y pellter mewn metrau, **t** yw amser mewn eiliadau, a **g** yw'r cyflymiad oherwydd disgyrchiant yn ms^{-2}. Bydd hafaliadau mudiant yn cael ei drafod ymhellach ym mhennod 12 ar galcwlws. Aildrefnu'r hafaliad i wneud **t** yn oddrych:

$$t^2 = \frac{2d}{g}$$

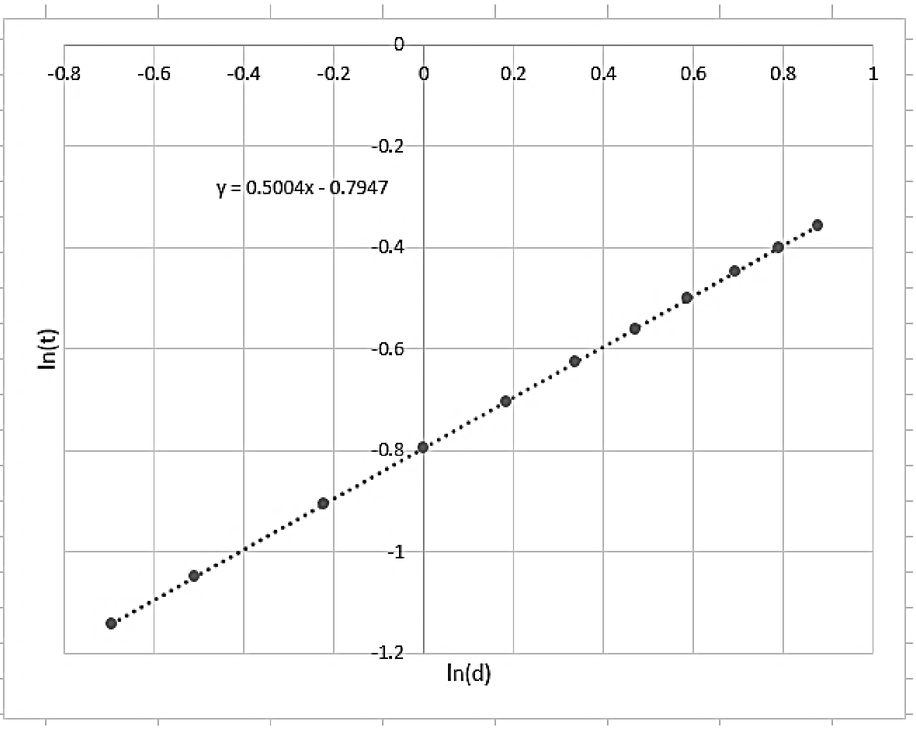
$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}} \quad = \quad \sqrt{\frac{2}{g}} \;.\; \sqrt{d}$$

Gallwn gymryd logarithmau'r ddwy ochr o'r hafaliad, gan gofio ein bod yn gallu lluosi rhifau drwy ychwanegu eu logarithmau, a bod ail isradd yn cyfateb i bŵer o ½:

$$\ln(t) = \frac{1}{2}ln\left(\frac{2}{g}\right) + \frac{1}{2}\ln(d)$$

Gallwn blotio graff ar gyfer logarithmau'r ddau newidyn **pellter** ac **amser**. Mae'r pwyntiau arbrofol yn agos i linell syth.

ln(d)	ln(t)
-0.69315	-1.14256
-0.51083	-1.04982
-0.22314	-0.90634
0	-0.79407
0.182322	-0.7032
0.336472	-0.62549
0.470004	-0.56037
0.587787	-0.50088
0.693147	-0.44785
0.788457	-0.40048
0.875469	-0.35667



Ffigur 282: Plot logarithmig o bellteroedd ac amseroedd ar gyfer syrthio yn rhydd

O fewn cyfeiliornad arbrofol, graddiant y llinell yn 0.5. Mae hyn yn gyson â'r term:

$$\frac{1}{2}\ln(d)$$

yn yr hafaliad uchod. Mae rhyngdoriad y graff logarithmig cynrychioli'r term ychwanegwyd:

$$\frac{1}{2}ln\left(\frac{2}{g}\right) = -0.7947$$

felly:

$$ln\left(\frac{2}{g}\right) = -1.5894$$

Gallwn wrthdroi'r logarithm naturiol drwy gymhwyso ffwythiant esbonyddol:

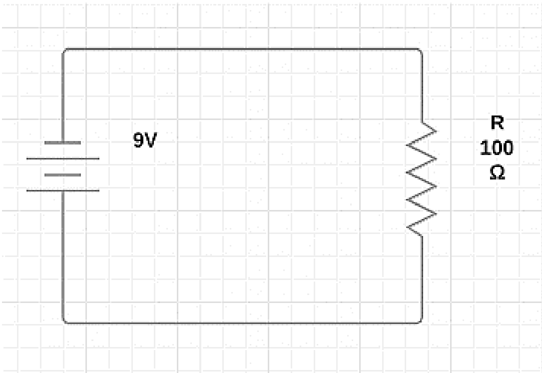
$$\frac{2}{g} = \exp(-1.5894)$$

yn rhoi: $$g = 9.80\ ms^{-2}$$

Mae logarithmau yn ffordd ddefnyddiol o ddadansoddi ystod eang o setiau ddata lle rydym yn amau bod un briodwedd yn amrywio fel pŵer o briodwedd arall. Y cam cyntaf yw plotio graff logarithmau naturiol y ddau newidyn, i brofi a pherthynas linol yn bodoli. Os felly, yna gall y technegau a ddangoswyd uchod yn cynhyrchu datrysiad i'r broblem.

Deddfau Kirchhoff

Gall y cerrynt neu foltedd mewn cylched Cerrynt Union syml i'w cael drwy ddefnyddio Cyfraith Ohm. Er enghraifft:



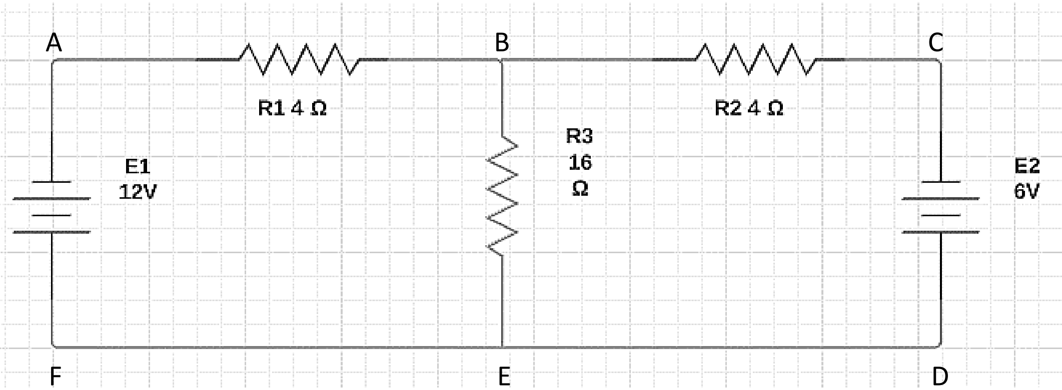
Ffigur 283:

Cylched gwrthiant Cerrynt Union syml

Mae'r cerrynt sy'n llifo yn y cylched yn cael ei roi gan y fformiwla:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9V}{100\Omega} = 0.09\ A$$

Fodd bynnag, gall cylchedau mwy cymhleth gyda ffynonellau ynni lluosog a gwrthiannau fod yn fwy cymhleth i'w ddadansoddi. Yma, mae gennym ddwy ffynhonnell pŵer a thri gwrthiant trefnu mewn dwy ddolen ar wahân yn y cylched. Yr amcan yw cyfrifo'r cerrynt sy'n llifo ym mhob cangen o'r gylched, a foltedd yn y mannau B ac E:



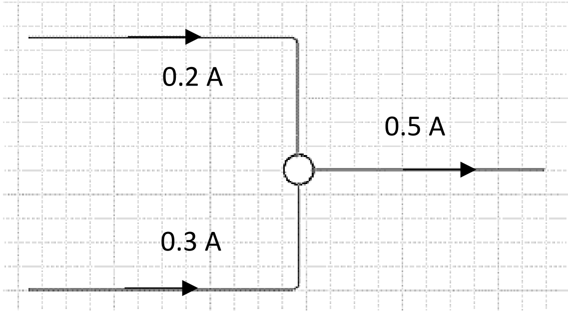
Ffigur 284: Cylched Cerrynt Union gyda dolenni lluosog

Mae **Deddfau Kirchhoff** yn darparu dull o ddadansoddi rhwydweithiau trydanol yn fwy cymhleth, ac yn gymhwysiad pwysig o hafaliadau cydamserol.

> Deddf Gyntaf Kirchhoff: am unrhyw gyffordd neu nôd a roddir mewn cylched, mae swm y ceryntau sy'n mynd i mewn yn hafal i swm y ceryntau sy'n gadael.
>
> Ail Ddeddf Kirchhoff: o amgylch unrhyw ddolen gaeedig mewn cylched, swm y gwahaniaethau potensial ar draws pob elfen yn sero.

Mae'r ddwy ddeddf hyn yn egwyddorion cadwraeth synnwyr cyffredin, sy'n dweud yn y bôn na all ynni trydanol yn cael eu creu o unman, ac ni all diflannu am ddim rheswm.

Os byddwn yn cymryd cerrynt sy'n llifo i mewn i nôd yn bositif, ac yn llifo allan o'r nôd fel negatif, y ddeddf **cerrynt** yn mynnu bod y swm algebraidd yn sero. Er enghraifft:

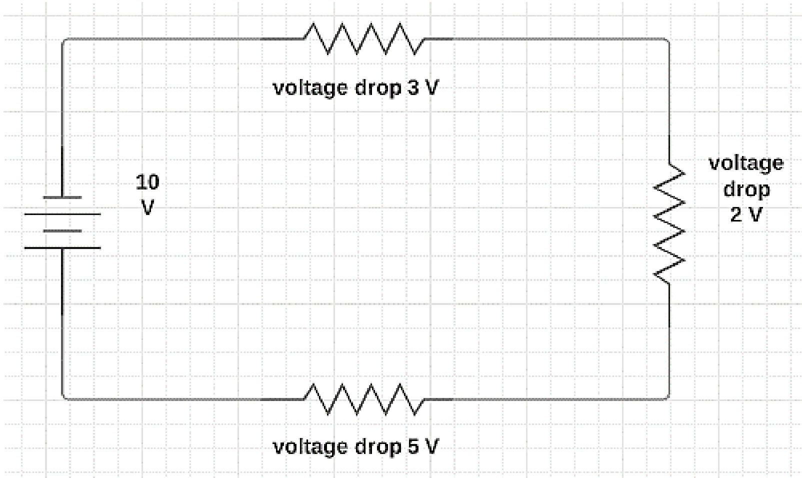


Deddf cerrynt:

0.2 + 0.3 - 0.5 = 0

Ffigur 285: Cynrychiolaeth deddf cerrynt Kirchhoff

Mae'r ddeddf **gwahaniaeth potensial** yn mynnu bod y cynnydd mewn foltedd ar draws ffynonellau pŵer yn cael eu cyfateb yn union gan ddisgyn y foltedd ar draws gwrthiannau amgylch y cylched. Er enghraifft:

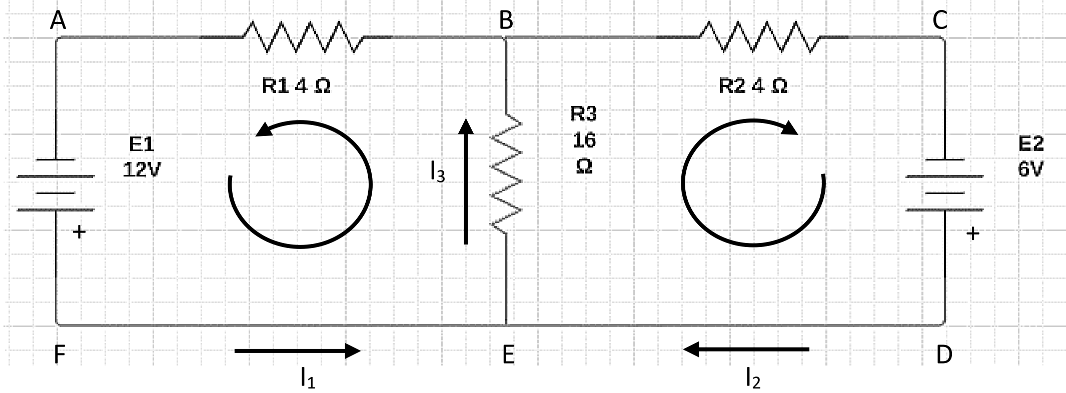


Deddf gwahaniaeth potensial:

10.0 – 3.0 – 2.0 – 5.0 = 0

Ffigur 286: Cynrychiolaeth deddf gwahaniaeth potensial Kirchhoff

Gan ddefnyddio'r egwyddorion hyn, gallwn nawr yn ddechrau dadansoddiad o'r gylched ddolen luosog. Mae cam cyntaf yw cymryd yn ganiataol y cyfarwyddiadau llif cyfredol ym mhob un o'r dolenni. Byddwn yn dilyn y confensiwn o ddangos cerrynt sy'n llifo oddi wrth y terfynellau positif y cyflenwadau pŵer a dychwelyd i'r terfynellau negatif:



Ffigur 287: Tybiaeth o gyfeiriadau llif cerrynt yn nolenni o gylched

Weithiau, mae'n wir fod cyflenwad pŵer cryf yn gyrru cerrynt mewn cyfeiriad arall trwy ran o'r gylched. Nid yw hyn yn broblem yn ystod y cyfrifiad, gan fydd werth cerrynt negatif yn cael ei ddangos.

Byddwn yn nodi'r cerhyntau sy'n llifo yn y ddwy ddolen fel $\mathbf{I_1}$ a $\mathbf{I_2}$ yn y drefn honno. Ein tasg gyntaf yw darganfyddwch werthoedd y cerhyntau hyn.

Mae'r gostyngiad foltedd ar draws gwrthiant yn cael ei roi yn ôl deddf Ohm fel:

$$V = I\ R$$

Bydd gostyngiad foltedd ar draws y gwrthiant 4Ω R1 felly yn:

$$\mathbf{I_1} \times 4\ \Omega$$

Mae'r ddau gerrynt yn llifo i mewn i nôd E, felly bydd y cerrynt yn gadael y nôd yng nghyfeiriad nôd B yn cael ei roi gan y ddeddf cerrynt fel:

$$\mathbf{I_3} = \mathbf{I_1} + \mathbf{I_2}$$

Bydd y gostyngiad foltedd ar draws y gwrthiant 16Ω A3 yn:

$$(\mathbf{I_1} + \mathbf{I_2}) \times 16\ \Omega$$

Yn ôl y ddeddf gwahaniaeth potensial, rhaid i gyfanswm algebraidd o newidiadau yn botensial o amgylch y ddolen ar y chwith fod yn sero. Felly:

$$12\ V - (\mathbf{I_1} \times 4\ \Omega) - ((\mathbf{I_1} + \mathbf{I_2}) \times 16\ \Omega\ ) = 0$$

neu:

$$(\mathbf{I_1} \times (4+16)) + (\ \mathbf{I_2} \times 16) = 12$$

Yn yr un modd, yn y ddolen ar y dde:

$$6\ V - (\mathbf{I_2} \times 4\ \Omega) - ((\mathbf{I_1} + \mathbf{I_2}) \times 16\ \Omega\ ) = 0$$

felly:

$$(\ I_1 \times 16) + (\mathbf{I_2} \times (4+16)) = 6$$

Rydym bellach wedi cynhyrchu set o hafaliadau cydamserol:

$$20\ \mathbf{I_1} + 16\ \mathbf{I_2} = 12 \qquad \_\_\_\_\_\_\_\_(1)$$
$$16\ \mathbf{I_1} + 20\ \mathbf{I_2} = 6 \qquad \_\_\_\_\_\_\_\_(2)$$

Lluosi hafaliad (1) gan 4: $80\ \mathbf{I_1} + 64\ \mathbf{I_2} = 48$

Lluosi hafaliad (2) gan 5: $80\ \mathbf{I_1} + 100\ \mathbf{I_2} = 30$

Tynnu: $-36\ \mathbf{I_2} = 18$

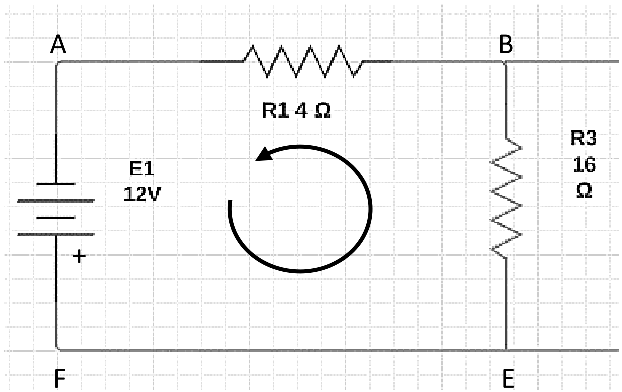
$$\mathbf{I_2} = -0.5\ A$$

Mae gwerth negatif yn nodi bod cyfeiriad y cerrynt yn y ddolen dde mewn gwirionedd yng nghyfeiriad cyferbyn at ein rhagdybiaeth wreiddiol.

Mae amnewid $\mathbf{I_2} = -0.5$ yn hafaliad (1) yn rhoi:

$$20\ \mathbf{I_1} - 8 = 12$$
$$20\ \mathbf{I_1} = 20$$
$$\mathbf{I_1} = 1.0\ A$$

Gallwn nawr gwblhau'r dadansoddiad o'r gylched drwy ddod o hyd i'r gwahaniaeth potensial yn nôd B. Ar gyfer y cyflenwad pŵer E1, byddwn yn cymryd yn ganiataol bod y potensial yn disgyn o 12 V yn y derfynell bositif i 0 V yn y derfynell negatif. Mae hyn yn ganlyniad i gwympiadau mewn potensial ar draws y ddau wrthiant A3 ac A1 yn ddolen chwith y gylched:



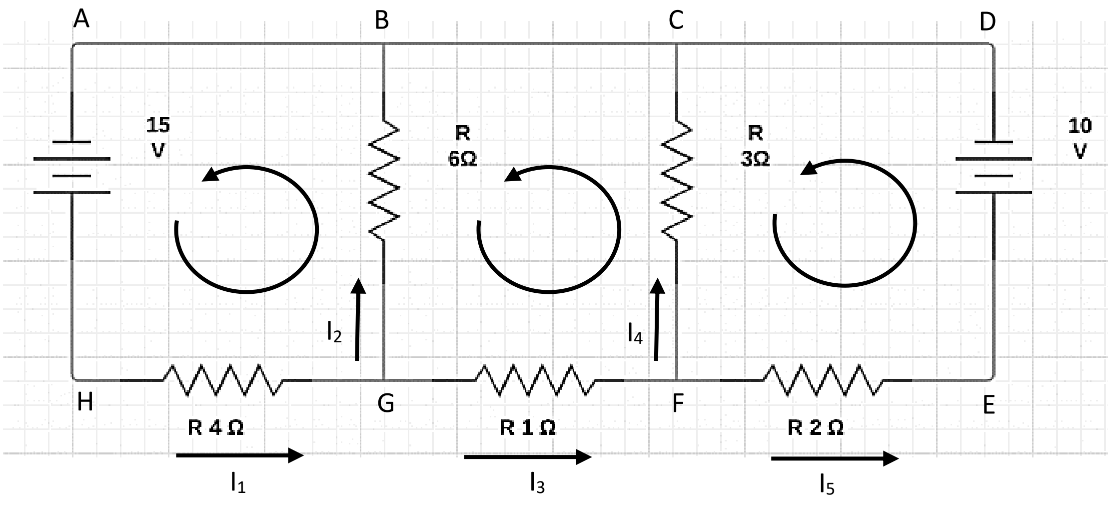
O ystyried gwrthiant R1, gostyngiad potensial yn cael ei roi gan ddeddf Ohm:

$$V = I R$$

felly: $V = 1.0\ A \times 4\ \Omega = 4\ V$

Gan fod nôd A yw ar botensial 0 V, yna mae'n rhaid bod nôd B ar botensial 4 V.

Cyfrifiadau gan ddefnyddio deddfau Kirchhoff yn arwain at systemau o hafaliadau cydamserol y mae'n rhaid eu datrys i benderfynu ar y cerrynt sy'n llifo drwy'r dolenni ar wahân o'r gylched. Gall systemau bach o hafaliadau cydamserol yn cael ei datrys â llaw, ond gall fod yn fwy anodd ac yn cymryd llawer o amser i ymdrin â'r hafaliadau mawr a gynhyrchwyd ar gyfer cylchedau cynnwys llawer o ddolenni. Yna efallai y byddwn yn dewis i ddatrys y broblem gyda chymorth cymhwysiad cyfrifiadur, gan ddefnyddio matricsau. Bydd y dull hwn yn cael ei dangos gydag enghraifft:



Ffigur 288: Cylched gyda chyfeiriadau llif cerrynt a dybiwyd yn y dolenni

Mae'r gylched i gael ei dadansoddi yn ymddangos yn ffigur 288. Ein nod yw penderfynu ar y cerhyntau $\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_5$ sy'n llifo yn gwahanol ddolenni o'r cylched. Mae rhagdybiaethau cychwynnol wedi'u gwneud ar gyfer y cyfeiriadau llif cerrynt, ond bydd gwerth cerrynt negatif yn ymddangos yn y canlyniadau os bydd unrhyw un o'r rhagdybiaethau hyn yn anghywir.

Rydym yn dechrau drwy sefydlu cyfres o hafaliadau. Yn defnyddio deddf cerrynt Kirchhoff ar gyfer y nodau F a G, mae:

$$\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 = 0 \qquad \text{felly} \qquad \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_3$$

$$\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_5 = 0 \qquad \text{felly} \qquad \mathbf{I}_4 = \mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_5$$

Gallwn gynhyrchu hafaliad ar gyfer pob dolen, cymhwyso deddf gwahaniaeth potensial Kirchhoff a chyfrifo folteddau drwy ddeddf Ohm:

Dolen chwith:

gan ddeddf Ohm:	$15 - 4\,\mathbf{I}_1 - 6\,\mathbf{I}_2 = 0$
amnewid am $\mathbf{I}_2$:	$15 - 4\,\mathbf{I}_1 - 6\,(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_3) = 0$
felly:	$10\,\mathbf{I}_1 - 6\,\mathbf{I}_3 = 15$

Dolen ganolog:

gan ddeddf Ohm:	$6\,\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 - 3\,\mathbf{I}_4 = 0$
amnewid am $\mathbf{I}_2$ a $\mathbf{I}_4$:	$6\,(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_3) - \mathbf{I}_3 - 3\,(\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_5) = 0$
felly:	$6\,\mathbf{I}_1 - 10\,\mathbf{I}_3 + 3\,\mathbf{I}_5 = 0$

Dolen ar y dde:

gan ddeddf Ohm:	$10 + 3\,\mathbf{I}_4 - 2\,\mathbf{I}_5 = 0$
amnewid am $\mathbf{I}_4$:	$10 + 3\,(\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_5) - 2\,\mathbf{I}_5 = 0$
felly:	$-3\,\mathbf{I}_3 + 5\,\mathbf{I}_5 = 10$

Mae hyn yn rhoi system o hafaliadau cydamserol y gellir eu datrys i gael gwerthoedd y cerhyntau:

$$\begin{aligned} 10\,\mathbf{I}_1 - 6\,\mathbf{I}_3 + 0\,\mathbf{I}_5 &= 15 \\ 6\,\mathbf{I}_1 - 10\,\mathbf{I}_3 + 3\,\mathbf{I}_5 &= 0 \\ 0\,\mathbf{I}_1 - 3\,\mathbf{I}_3 + 5\,\mathbf{I}_5 &= 10 \end{aligned}$$

Gall hyn gael ei hysgrifennu mewn ffurf gyfatebol fel matrics:

$$\begin{bmatrix} 10 & -6 & 0 \\ 6 & -10 & 3 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Wrth luosi matricsau, pob elfen o'r matrics golofn yn cael ei gymhwyso yn eu tro i bob rhes o fatrics sgwâr

$$\begin{bmatrix} 10 & -6 & 0 \\ 6 & -10 & 3 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix} \qquad \boxed{\begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \end{bmatrix}} \qquad = 10\,\mathbf{I}_1 - 6\,\mathbf{I}_3 + 0\,\mathbf{I}_5$$

$$\begin{bmatrix} 10 & -6 & 0 \\ 6 & -10 & 3 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \end{bmatrix} = 6\,\mathbf{I_1} - 10\,\mathbf{I_3} + 3\,\mathbf{I_5}$$

Os byddwn yn labelu'r matricsau:

$$\begin{bmatrix} 10 & -6 & 0 \\ 6 & -10 & 3 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix} = A; \qquad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_3 \\ I_5 \end{bmatrix} = X; \qquad \begin{bmatrix} 15 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} = \mathrm{B}$$

yna gall yr hafaliad matrics yn cael ei ysgrifennu fel lluosi:

$$A \,.\, X = B$$

Mae'n cael ei adnabod o algebra matrics:

$$X = A^{-1}.\, B$$

lle mae A^{-1} yw gwrthdro matrics A. Pan matrics yn cael ei luosi gan ei gwrthdro, y canlyniad yw'r matrics unfathiant.

$$A \,.\, A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mae'r hafaliad $\{X = A^{-1}.\, B\}$ yn darparu dull ar gyfer datrys y system o hafaliadau cydamserol a dod o hyd i'r gwerthoedd cerrynt $\mathbf{I_1}$, $\mathbf{I_3}$ and $\mathbf{I_5}$:

- cymryd y matrics gwrthdro A^{-1}
- lluoswch hyn gan y matrics colofn B

Yn ffodus mae cymhwysiadau cyfrifiadurol ar gael yn rhwydd ar gyfer dod o hyd i'r gwrthdroeon matricsau.

Result

You entered matrix

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -6 & 0 \\ 6 & -10 & 3 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

The inverse of matrix A is:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{41}{230} & -\frac{3}{23} & \frac{9}{115} \\ \frac{3}{23} & -\frac{5}{23} & \frac{3}{23} \\ \frac{9}{115} & -\frac{3}{23} & \frac{32}{115} \end{bmatrix}$$

www.mathportal.org/calculators/matrices-calculators/matrix-calculator.php

Ffigur 289: Datrysiad ar gyfer y matrics gwrthdro gan raglen ar gael ar dudalen we

Gall y matrics gwrthdro A^{-1} nawr yn cael ei luosi gan fatrics B i gael y canlyniad matrics X:

$$\frac{1}{230}\begin{bmatrix} 41 & -30 & 18 \\ 30 & -50 & 30 \\ 18 & -30 & 64 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 15 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix} = \frac{1}{230}\begin{bmatrix} (41 \times 15) + (18 \times -10) \\ (30 \times 15) + (30 \times -10) \\ (18 \times 15) + (64 \times -10) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{230}\begin{bmatrix} 435 \\ 150 \\ -370 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.89 \\ 0.65 \\ -1.61 \end{bmatrix}$$

Nawr mae gennym ganlyniad ar gyfer y cerhyntau:

$\mathbf{I_1}$ = 1.89 A $\mathbf{I_3}$ = 0.65 A $\mathbf{I_5}$ = -1.61 A

Mae amnewid gwerthoedd hyn yn yr hafaliadau Kirchhoff gwreiddiol uchod yn rhoi'r ddau werth sydd ar ôl:

$\mathbf{I_2}$ = 1.24 A $\mathbf{I_4}$ = 2.26 A

Gall y dull yn cael ei ymestyn yn hawdd wrth drin cylchedau eangach gyda mwy o ddolenni a ffynonellau pŵer.

Algebra Boole

Mae'r patrymau data yr ydym wedi gweld yn y bennod hon yn ymglymu gwerthoedd rhifiadol, er enghraifft: uchder wyneb y tir, neu amseroedd orbit i blanedau. Mae set arall o batrymau diffinio'n dda yn ymwneud â'r defnydd o resymeg.

Yn 1854, roedd y mathemategydd George Boole cyhoeddi system o reolau ar gyfer algebra Boole. Mae gan y gwaith cymwysiadau pwysig mewn nifer o feysydd lle mae ymadroddion rhesymeg yn cael eu dadansoddi, yn enwedig ar gyfer cyfrifiadureg ac electroneg.

Mae algebra Boole yn seiliedig ar ddiffinio mynegiadau rhesymeg. Er enghraifft, efallai y byddwn yn gwneud dau ddatganiad:

A: Dw i eisiau car newydd
B: Mae gen i ddigon o arian i brynu car newydd

Mewn gwirionedd byddaf yn prynu car newydd dim ond os yw'r ddau ymadrodd yn wir. Gall y sefyllfa hon gael eu cynrychioli mewn diagram Venn.

Ffigur 290: Diagram Venn yn dangos (A AND B)

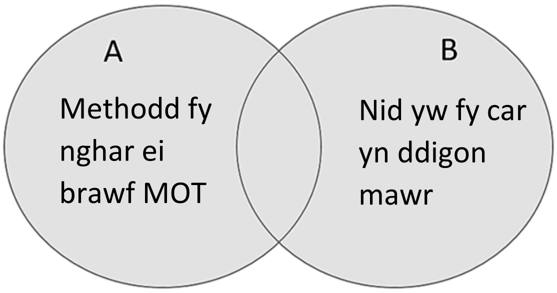
Mae'r rhan dywyll yn ffigwr 290 yn perthyn i'r ddau set A a B, felly mae'r ddau ofyniad yn cael eu cyflawni. Yn algebra Boole, mae hyn yn cael ei alw'n (A and B) ac wedi ei ysgrifennu gyda symbol 'dot':

$$A . B$$

Ystyriwch yn awr y ddau ddatganiad:

A: Methodd fy nghar ei brawf MOT ac ni ellir ei drwsio
B: Nid yw fy nghar yn ddigon mawr i gario pethau yr wyf ei angen ar gyfer fy swydd

O dan unrhyw un o'r amgylchiadau hyn, byddai angen i mi brynu car newydd. Mae'r rhan dywyll estynedig o'r diagram Venn isod nawr yn cynrychioli prynu car:



Ffigur 291: Diagram Venn yn dangos (A OR B)

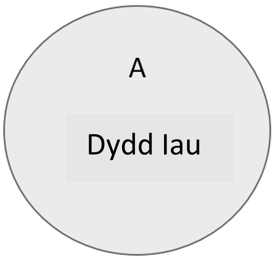
Mae'r rhan dywyll yn cynrychioli cyfanswm y setiau A a B, felly naill ai un neu ddau o'r gofyniad yn cael eu cyflawni. Yn algebra Boole, mae hyn yn cael ei alw'n (A neu B) ac wedi ei ysgrifennu gyda symbol 'plws':

$$A + B$$

Un o amcanion algebra Boole yw symleiddio mynegiadau rhesymeg lle bo hynny'n bosibl. Fel enghraifft, efallai y byddwn yn diffinio'r datganiad:

A: Dydd Iau

Gallai hyn gael ei gynrychioli gan ddiagram Venn, lle Dydd Iau yn gorwedd o fewn y cylch, a holl ddyddiau eraill yr wythnos yn gorwedd y tu allan i'r cylch.



Ffigur 292: Diagram Venn yn dangos (A OR A) , (A AND A)

Tybiwch ein bod yn ysgrifennu'r mynegiant rhesymeg AND fel:

$$A . A$$

Byddai hyn yn awgrymu EI BOD yn Ddydd Iau a HEFYD Dydd Iau. Un o'r termau yn amlwg yn ddiangen, a gallem yn ddweud yn syml 'Mae'n Ddydd Iau'.

Gall y mynegiant yn cael eu symleiddio:

$$A \,.\, A = A$$

Tybiwch yn awr ein bod yn ysgrifennu mynegiant rhesymeg OR:

$$A + A$$

Byddai hyn yn awgrymu bod NAILL AI mae'n Ddydd Iau NEU mae'n Ddydd Iau. Un o'r termau eto'n ddiangen a gallem yn ddweud yn syml 'Mae'n Ddydd Iau'. Gall y mynegiant eto yn cael eu symleiddio:

$$A + A = A$$

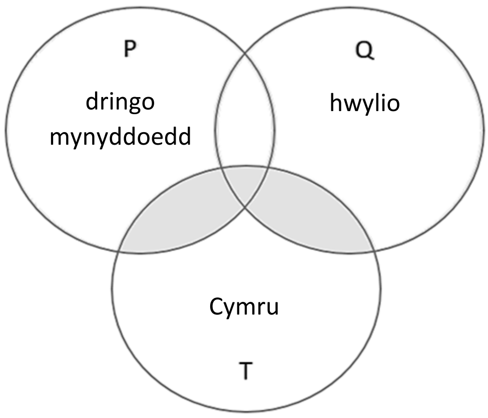
Gellir deddfau pellach o algebra Boole fod yn deillio drwy archwilio diagramau Venn. Byddwn yn diffinio tri datganiad:

P: Gwyliau dringo mynyddoedd

Q: Gwyliau hwylio

T: Gwyliau yng Nghymru

Tybiwch ein bod yn dymuno cael gwyliau yng Nghymru sy'n cynnwys o leiaf un o'r gweithgareddau hwylio neu ddringo mynydd. Byddai hyn yn cael ei gynrychioli gan y rhan dywyll o'r diagram Venn, sy'n cynnwys y gorgyffwrdd o wyliau Cymreig gyda naill ai o'r cylchoedd eraill.



Ffigur 293: Diagram Venn yn dangos y ddeddf ddosbarthol Boole

Pe baem yn adeiladu mynegiad algebra Boole ar gyfer yr ardal wedi'i lliwio, gellid gwneud hyn mewn dwy ffordd:

Dull 1: Cyfuno P a Q i gynrychioli'r holl wyliau ddringo mynyddoedd a hwylio gan ddefnyddio gweithred resymegol OR. Nodwch ardal y gorgyffwrdd hon gyda'r cylch T gan ddefnyddio gweithred AND. Bydd hyn yn dewis dim ond y gwyliau ddringo a hwylio yng Nghymru. Gall hyn gael ei ysgrifennu fel:

$$(P + Q) \,.\, T$$

Dull 2: Defnyddiwch weithred resymegol AND i ddod o hyd i'r gwyliau dringo mynydd yng Nghymru fel y gorgyffwrdd o P a T. Defnyddiwch weithred AND debyg i ddod o hyd i'r

gwyliau hwylio yng Nghymru fel y gorgyffwrdd o Q a T. Yn olaf, ychwanegwch y ddau ranbarth gan ddefnyddio gweithred OR i roi pob o'r gwyliau yng Nghymru.
Gall hyn gael ei ysgrifennu fel:

$$(P \,.\, T) + (Q \,.\, T)$$

Mae'r ddau ddull wedi arwain at yr un canlyniad o'r rhan dywyll yn y diagram Venn. Mae'r ymadroddion rhesymeg rydym wedi diddwytho yn gyfatebol felly:

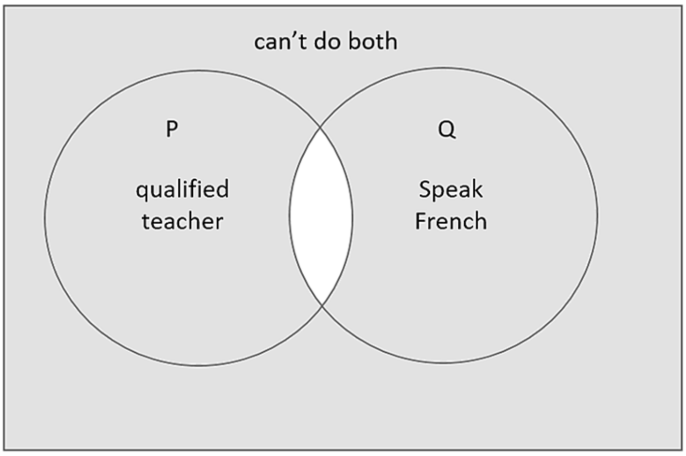
$$(P + Q) \,.\, T \;=\; (P \,.\, T) + (Q \,.\, T)$$

Mae'r canlyniad hwn yn cael ei adnabod fel y **ddeddf dosbarthiad** yn algebra Boole.

Mae dau ganlyniad defnyddiol eraill mewn algebra Boole yw **deddfau de Morgan**. Er mwyn dangos hyn, dychmygwch fod asiantaeth gyflogi yn recriwtio staff. Mae swydd wag yn bodoli ar gyfer diwtor iaith Ffrangeg. Gallwn ddiffinio ddau ddatganiad:

P: Mae'r ymgeisydd yn cael cymhwyster dysgu
Q: mae'r ymgeisydd yn siarad Ffrangeg yn rhugl

Er mwyn cael eu hystyried ar gyfer y swydd, rhaid i'r ddau o'r amodau hyn yn cael eu bodloni. Byddem felly'n diystyru ymgeiswyr sy'n disgyn yn yr ardal gysgodol y diagram Venn.



Ffigur 294: Diagram Venn yn dangos deddf gysylltiad de Morgan

Gallem eto dod o hyd i'r rhan dywyll mewn dwy ffordd wahanol:

Dull 1: Defnyddiwch weithred resymegol AND i ddod o hyd i'r gorgyffwrdd P a Q. Byddai hyn yn cynrychioli'r ymgeiswyr addas sydd ill dau yn athrawon cymwysedig ac yn siarad Ffrangeg. Yna byddwn yn cymryd yr holl ardal o'r gweddill i gynrychioli'r ymgeiswyr ***anaddas***. Gallai hyn gael ei ysgrifennu fel:

$$\overline{(P \,.\, Q)}$$

Mae'r llinell uwchben y mynegiant yn dangos y weithred resymegol NOT. Yn yr achos hwn, mae'n unrhyw ran o'r diagram Venn nad yw yn yr ardal (P. Q)

Dull 2: Gallem ddefnyddio gweithred NOT ar P i ddarganfod yr holl ymgeiswyr nad ydynt yn athrawon cymwysedig. Gallem ddefnyddio gweithred NOT yn yr un modd ar Q i ddod o hyd i bob ymgeisydd sydd ddim yn siarad Ffrangeg. Byddai ymgeisydd yn unrhyw un o'r grwpiau hyn yn ***anaddas***. Gallai ymgeisydd anaddas yn cael ei ysgrifennu fel:

$$\overline{P} + \overline{Q}$$

sy'n golygu 'naill ai (nid mewn P) neu (nid mewn Q)'. Bydd hyn yn cynnwys ymgeiswyr nad ydynt yn athrawon cymwysedig a hefyd nid yn siarad Ffrangeg.

Mae'r ddau ddull wedi arwain at yr un canlyniad o'r rhan dywyll yn y diagram Venn. Mae'r ymadroddion rhesymeg felly gyfwerth:

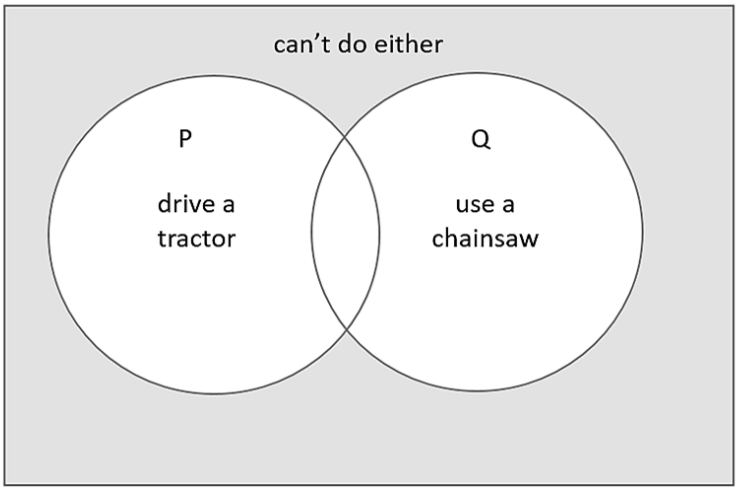
$$\overline{(P \,.\, Q)} = \overline{P} + \overline{Q}$$

Mae'r canlyniad hwn yn cael ei adnabod fel **deddf gysylltiad de Morgan**.

Dychmygwch nawr bod yr asiantaeth cyflogaeth yn cael swydd wag ar gyfer gweithiwr coedwigaeth. Gallwn ddiffinio'r datganiadau:

P: yr ymgeisydd yn gymwys i yrru tractor
C: yr ymgeisydd yn gymwys i weithredu llif gadwyn

Gall ymgeiswyr gael eu hystyried ar gyfer y swydd os oes ganddynt un neu ddau o'r cymwysterau hyn. Byddem felly'n diystyru ymgeiswyr â'r naill na'r llall cymhwyster, sy'n syrthio yn yr ardal gysgodol y diagram Venn.



Ffigur 295: Diagram Venn yn dangos deddf datgysylltiad deMorgan

Fel o'r blaen, gallem ddod o hyd i'r rhan dywyll mewn dwy ffordd wahanol:

Dull 1: Defnyddiwch weithrediad rhesymegol OR i ddarganfod y gorgyffwrdd o P a Q. Byddai hyn yn cynrychioli'r ymgeiswyr ***addas*** sydd â chymhwyster mewn o leiaf un o'r sgiliau: gyrru tractor a gweithio llif gadwyn. Yna byddwn yn cymryd yr holl ardal sy'n weddill i gynrychioli'r ymgeiswyr ***anaddas***. Gallai hyn gael ei ysgrifennu fel:

$$\overline{(P + Q)}$$

Mae'r llinell uwchben y mynegiant yn dynodi unrhyw ran o'r diagram Venn nad yw yn yr ardal (P + Q)

Dull 2: Gallem ddefnyddio gweithred NOT ar P i ddarganfod yr holl ymgeiswyr nad ydynt yn gyrru tractor. Gallem yn yr un modd defnyddio gweithred NOT ar Q i ddod o hyd i bob ymgeisydd nad ydynt yn gymwys i ddefnyddio llif gadwyn. Byddai'n rhaid i ymgeisydd fod yn y ***ddau*** grŵp hyn i fod yn ***anaddas***. Mae'r cyflwr anaddasrwydd wedi ei ysgrifennu fel:

$$\overline{P} . \overline{Q}$$

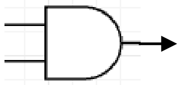
Mae'r ddau ddull wedi arwain at yr un canlyniad o'r rhan dywyll yn y diagram Venn. Mae'r ymadroddion rhesymeg felly yn gyfwerth:

$$\overline{(P + Q)} = \overline{P} . \overline{Q}$$

Mae'r canlyniad hwn yn cael ei adnabod fel **deddf datgysylltiad de Morgan**.

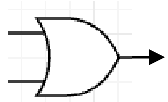
Mae algebra Boole yn cael ei ddefnyddio yn eang yn ystod dylunio cylchedau electronig digidol. Mae dwy gydran a ddefnyddir yn gyffredin mewn dyfeisiau electronig yn adwyon AND ac adwyon OR.

Mae adwy AND, sy'n cael ei chynrychioli gan y symbol:



cymryd dau signal mewnbwn a allai fod mewn cyflwr rhesymeg 0 neu 1. Mae allbwn yr adwy ar gyflwr rhesymeg 0 ac eithrio'r achos pan fydd y ddau fewnbwn yn rhesymeg 1.

Mae adwy OR, sy'n cael ei chynrychioli gan y symbol:

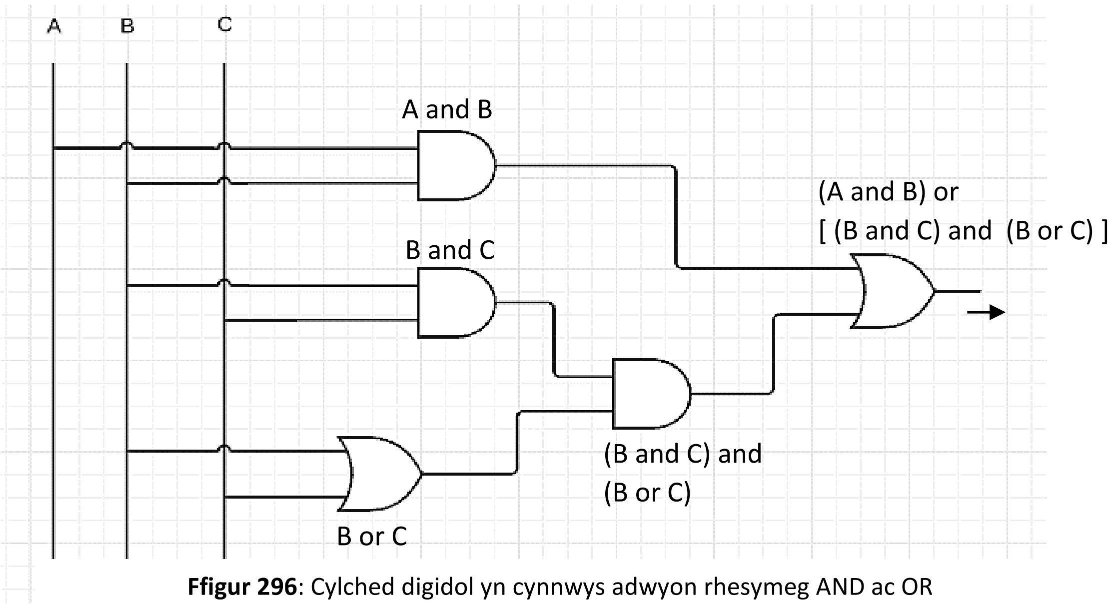


yn cymryd dau signal mewnbwn a allai unwaith eto fod mewn cyflwr rhesymeg 0 neu 1. Mae allbwn yr adwy ar gyflwr resymeg 1 os yw naill neu'r llall, neu'r ddau, o'r mewnbynnau mewn rhesymeg 1. Mae'r allbwn yn gyflwr 0 dim ond os yw'r ddau signal mewnbwn mewn cyflwr rhesymeg 0.

I ddangos sut y gall deddfau algebra Boole yn cael ei ddefnyddio i symleiddio mynegiadau rhesymeg, gallwn ystyried y gylched electronig a gynrychiolir gan y mynegiad Boole:

$$(A . B) + ((B . C) . (B + C))$$

Ceir diagram cylched ei adeiladu gan ddefnyddio AND ac OR adwyon rhesymeg:



Ffigur 296: Cylched digidol yn cynnwys adwyon rhesymeg AND ac OR

Gallai mewnbynnau A, B ac C yn cynrychioli signalau o synwyryddion mewn peiriant, ac allbwn o resymeg 1 yn cynrychioli cyflwr gwall pan ddylai golau rhybudd neu seinydd yn gweithredu.

Gallwn gyfrifo allbynnau o'r cylched ar gyfer gwahanol gyfuniadau o gyflyrau rhesymeg dros y mewnbynnau A, B a C:

A	B	C	A.B	B.C	B + C	(B . C) . (B + C)	(A . B) + ((B . C) . (B + C))
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Os gall cylched yn cael ei adeiladu sydd â llai o adwyon rhesymeg ond yn dal yn cynhyrchu allbynnau terfynol cydwerth, mae hyn yn cael nifer o fanteision, e.e.:

- Costau gweithgynhyrchu yn cael eu lleihau
- Mae angen llai o le, a allai fod yn bwysig mewn dyfeisiau electronig bach
- Byddai llai o wres yn cael ei gynhyrchu, sy'n lleihau problemau afradloni gwres.

Byddwn yn ceisio symleiddio'r mynegiant rhesymeg

$$(A . B) + ((B . C) . (B + C))$$

gan ddefnyddio algebra Boole. Rydym yn dechrau drwy ddefnyddio'r **ddeddf ddosbarthol**. Rydym wedi dangos yn gynharach bod:

$$\boxed{(P + Q) . T \;=\; (P . T) + (Q . T)}$$

Mae ysgrifennu P = B, C = C, a T = (B.C) yn y mynegiad rhesymeg ar gyfer y gylched yn rhoi:

$$(A . B) + (B.B.C) + (B.C.C)$$

Rydym yn gwybod y gall (B B.) yn cael eu symleiddio i ddim ond B, a (C C.) yn cael eu symleiddio i C, gan roi:

$$(A . B) + (B . C) + (B . C)$$

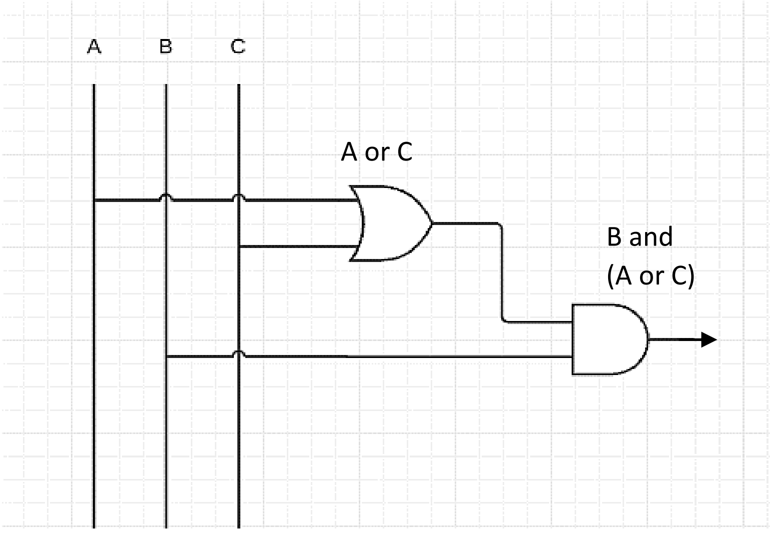
Mae un o'r termau (B.C) yn ddiangen, fel y gellir ei hepgor:

$$(A . B) + (B . C)$$

Yn olaf, gallwn ddefnyddio'r ddeddf ddosbarthol i gynhyrchu:

$$B . (A + C)$$

Mae'r mynegiad symledig hwn yn cael ei ddefnyddio i gynhyrchu dyluniad cylched a ddangosir yn ffigur 297. Mae'r nifer o adwyon rhesymeg wedi gostwng o bump i ddau.



Ffigur 297: Cylched digidol symledig

Gallwn wirio bod yr allbynnau o'r gylched symlach yr un fath ag yn y dyluniad gwreiddiol. Mae'r gylched symleiddio yn wir yn cynhyrchu'r patrwm allbwn sy'n ofynnol.

A	B	C	A + C	B . (A + C)
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Mae algebra Boole hefyd yn bwysig wrth ddylunio rhaglenni cyfrifiadurol, yn enwedig mewn algorithmau ar gyfer systemau arbenigo neu cymhwysiadau deallusrwydd artiffisial. Enghreifftiau yw:

- Diagnosis meddygol, gan gyfuno amrywiaeth o ffactorau megis clefydau y mae'r claf wedi cael neu heb gael, a symptomau'r claf arddangos neu ddim yn arddangos.
- Cyfarwyddyd gyrfaoedd, yn seiliedig ar y pynciau a wnaeth y myfyriwr mwynhau neu nad yn mwynhau yn yr ysgol, a sgiliau sy'n maent yn ei wneud.
- Dewis gwyliau, yn seiliedig ar y gwledydd y cleient eisiau ymweld neu ddim eisiau ymweld, a'r gweithgareddau y maent yn ei wneud neu ddim eisiau i gynnwys.

Yn y bennod hon rydym wedi archwilio amrywiaeth o sefyllfaoedd lle gall algebra eu defnyddio i adnabod patrymau, symleiddio neu arddangos data. Sgil pwysig mewn rhifedd yw trosi data i grai gwybodaeth mewn fformat sy'n addas ar gyfer gwneud penderfyniadau. Gallai hyn, er enghraifft, fod ar ffurf graffiau, mapiau, diagramau neu hafaliadau cyffredinol. Ambell waith mae algebra fod yn hanfodol i gynhyrchu'r deunyddiau hyn.

Gall Algebra fod yn bwnc anodd, ond mae technegau algebraidd mor bwysig mewn prosesu data modern y bydd astudiaeth o algebra fod yn wir werth yr ymdrech sydd ei hangen.